ANH HƯNG

# Rèn luyện tư duy khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

NGUYỄN THANH HƯNG

# RÈN LUYỆN TƯ DUY
# KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN
## Ở CẤP TIỂU HỌC



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

## *Lời nói đầu*

*Rèn luyện tư duy cho học sinh là một yêu cầu quan trọng khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học. Cuốn sách* RÈN LUYỆN TƯ DUY KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC *đáp ứng nhu cầu đó.*

*Cuốn sách gồm ba chương :*

***Chương 1. Những vấn đề chung***

***Chương 2. Các loại hình tư duy toán học***

***Chương 3. Rèn luyện tư duy cho học sinh khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học***

*Sách xây dựng những cách thức để rèn luyện các loại hình tư duy cho học sinh, nhằm góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn Toán.*

*Cuốn sách là tài liệu tham khảo cho học viên cao học và sinh viên chuyên ngành Giáo dục Tiểu học, giáo viên cùng học sinh cấp Tiểu học.*

*Trong quá trình biên soạn, cuốn sách không tránh khỏi sai sót, mong nhận được nhiều góp ý của độc giả.*

**TÁC GIẢ**

# Chương 1
# NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG

## §1. MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

### 1. Những vấn đề chung về giáo dục Tiểu học

#### *1.1. Giáo dục Tiểu học*

Giáo dục Tiểu học là cấp học bắt buộc đối với mọi trẻ em từ 6 – 14 tuổi, được thực hiện trong 5 năm học (từ lớp 1 – lớp 5).

#### *1.2. Mục tiêu của giáo dục Tiểu học*

Giáo dục Tiểu học nhằm giúp học sinh (HS) hình thành những cơ sở ban đầu cho sự phát triển về đạo đức, trí tuệ, thể chất, thẩm mĩ và các kĩ năng cơ bản nhằm chuẩn bị cho HS tiếp tục học lên Trung học cơ sở.

#### *1.3. Yêu cầu về nội dung*

Giáo dục Tiểu học phải đảm bảo cho HS có hiểu biết đơn giản, cần thiết về tự nhiên, xã hội và con người ; có kĩ năng cơ bản về nghe, đọc, nói, viết và tính toán ; có thói quen rèn luyện thân thể, giữ gìn vệ sinh ; có hiểu biết ban đầu về nghệ thuật ...

#### *1.4. Phương pháp giáo dục Tiểu học*

Phương pháp (PP) giáo dục Tiểu học phải :

– Phát huy tính tích cực, tự giác, chủ động, sáng tạo của HS ;

– Phù hợp với đặc điểm của từng lớp học, môn học ;

– Bồi dưỡng PP tự học, rèn luyện kĩ năng vận dụng kiến thức vào thực tiễn ;

– Tác động đến tình cảm, đem lại niềm vui, hứng thú học tập cho HS.

#### *1.5. Phân phối thời gian giáo dục Tiểu học*

Cấp Tiểu học có 5 năm học từ lớp 1 đến lớp 5, mỗi năm học có 35 tuần lễ, mỗi tuần lễ có 5 ngày học. Việc dạy học (DH) các môn học bắt buộc trong mỗi ngày học kéo dài không quá 240 phút và chia thành các tiết học. Mỗi tiết học kéo dài trung bình 35 phút. Giữa hai tiết học, HS nghỉ 10 phút. Mỗi buổi học có 25 phút nghỉ, vui chơi và tập thể dục.

### *1.6. Kế hoạch giáo dục Tiểu học*

a. *Các trường Tiểu học DH 5 buổi mỗi tuần lễ, đều thực hiện kế hoạch DH môn Toán tối thiểu như sau :*

Lớp 1 : 4 tiết/tuần ; các lớp 2, 3, 4, 5 : 5 tiết/tuần (nếu học cả ngày thì cân đối thời gian cho hợp lí).

b. *Chương trình Tiểu học được cấu trúc theo 2 giai đoạn học tập*

Giai đoạn I (các *lớp 1, 2, 3*) gồm 6 môn học *(Toán, Tiếng Việt, Đạo đức, Tự nhiên và Xã hội, Nghệ thuật, Thể dục).*

Giai đoạn II (các *lớp 4, 5*) gồm 9 môn học *(Toán, Tiếng Việt, Đạo đức, Thể dục, Khoa học, Lịch sử và Địa lí, Kĩ thuật, Âm nhạc, Mĩ thuật).*

*Lưu ý :*

– Năm học 2011 – 2012, từ lớp 3, HS học thêm tiếng nước ngoài.

– Các trường có điều kiện có thể giảng dạy thêm Tin học, môn học tự chọn và các hoạt động ngoại khóa.

## 2. Toán học

### *2.1. Các giai đoạn phát triển của toán học*

Toán học phát triển theo 4 giai đoạn : Sự phát sinh của những khái niệm và PP toán học đầu tiên (*khoảng thế kỉ VII đến thế kỉ V TCN*) ; Giai đoạn toán học sơ cấp (*khoảng thế kỉ V TCN đến thế kỉ XVI*) ; Giai đoạn toán học cao cấp cổ điển (*khoảng thế kỉ XVI đến nửa đầu thế kỉ XIX*) ; Giai đoạn toán học hiện đại (*khoảng nửa đầu thế kỉ XIX đến nay*).

### *2.2. Nguồn gốc phát sinh, phát triển của toán học*

Toán học phát sinh từ nhu cầu của con người, nó nghiên cứu một phạm trù của hiện thực khách quan, hình dạng không gian và các quan hệ.

Toán học phát triển theo nhu cầu của bản thân nó.

### *2.3. Những đặc điểm của toán học*

Tính trừu tượng, tính lôgic hệ thống, tính thực tiễn (các lí thuyết toán học dù trực tiếp hay gián tiếp, nhất định phải tìm thấy ứng dụng trong thực tiễn).

*Nguồn gốc từ thực tiễn :* Chẳng hạn, số tự nhiên ra đời do nhu cầu đếm, hình học ra đời do nhu cầu đo đạc lại ruộng đất sau những trận lũ bên bờ sông Nil (Ai Cập).

*Phản ánh thực tiễn :* Chẳng hạn, khái niệm *hình đồng dạng* phản ánh những hình dạng giống nhau nhưng khác nhau về độ lớn, ví dụ lá cây của một loài cây.

*Ứng dụng trong thực tiễn :* Chẳng hạn, ứng dụng phép đối xứng trục để tìm đường đi ngắn nhất, ứng dụng định lí Py-ta-go để tìm độ sâu của dòng sông, ...

## 3. Môn Toán ở cấp Tiểu học

### *3.1. Nguyên lí giáo dục thực hiện trong môn Toán*

– Làm rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn.

– Truyền thụ tri thức và rèn luyện kĩ năng theo tinh thần sẵn sàng ứng dụng.

– Tăng cường vận dụng và thực hành toán học.

### *3.2. Các nguyên tắc dạy học, vận dụng vào môn Toán*

– Đảm bảo tính khoa học, tính tư tưởng và tính thực tiễn.

– Đảm bảo tính thống nhất giữa cụ thể và trừu tượng.

– Đảm bảo sự thống nhất giữa đồng loạt và phân hóa.

– Đảm bảo tính thống nhất giữa tính vừa sức và yêu cầu phát triển.

– Đảm bảo sự thống nhất giữa hoạt động điều khiển của thầy và hoạt động học tập của trò.

### *3.3. Môn Toán ở cấp Tiểu học*

*a. Mục tiêu dạy học*

DH môn Toán ở trường Tiểu học nhằm giúp HS :

– Có những kiến thức cơ bản ban đầu về số học (*số tự nhiên, phân số, số thập phân và các yếu tố đại số*), các đại lượng thông dụng, một số yếu tố hình học và thống kê đơn giản.

– Hình thành các kĩ năng thực hành, đo lường, giải bài toán có nhiều ứng dụng thiết thực trong đời sống.

– Góp phần bước đầu phát triển năng lực tư duy, khả năng suy luận hợp lí, diễn đạt đúng và biết cách giải quyết các vấn đề đơn giản, gần gũi trong cuộc sống ; kích thích trí tưởng tượng, gây hứng thú học tập môn Toán. Góp phần hình thành cho HS PP tự học và làm việc có kế hoạch khoa học, chủ động, linh hoạt, sáng tạo.

*b. Vị trí của môn Toán*

Truyền thụ những tri thức, kĩ năng toán học và kĩ năng vận dụng toán học vào đời sống ; phát triển năng lực trí tuệ chung ; rèn luyện các thao tác tư duy như tư duy lôgic và ngôn ngữ chính xác ; rèn luyện và phát triển các phẩm chất trí tuệ ; giáo dục tư tưởng ; giáo dục thẩm mĩ ; đảm bảo chất lượng phổ cập, đồng thời phát hiện bồi dưỡng năng khiếu ; ...

*c. Chức năng của môn Toán*

Với tư cách là một môn học, toán học thể hiện rõ vị trí của mình qua ba chức năng chủ yếu là cung cấp tri thức phổ thông ; phát triển nhân cách ; môn học công cụ.

*d. Nội dung cơ bản của môn Toán*

Không có chủ trương chia nhỏ nội dung môn Toán ở Tiểu học thành các phân môn riêng biệt mà chỉ là năm tuyến kiến thức được sắp xếp xen kẽ, tạo ra sự kết hợp hữu cơ hỗ trợ lẫn nhau trên nền của kiến thức số học. Cụ thể :

– *Số học :* Bao gồm bảy vòng số : 10, 100, 1000, 100 000, số tự nhiên (lớp tỉ), phân số không âm (kèm tỉ số), số thập phân không âm (tỉ số phần trăm). Đọc, viết, đếm, so sánh, thực hiện các phép tính.

*Lưu ý :* Hệ thống số trong chương trình môn Toán ở trường phổ thông được xây dựng như sau :

$$\begin{tikzcd} N \arrow[r] \arrow[dr] & Z \arrow[r] & Q \arrow[r] & R \arrow[r] & C \\ & Q^{+} \arrow[ur] & & & \end{tikzcd}$$

– *Đại lượng và phép đo đại lượng :* Giới thiệu tám đại lượng thông dụng là độ dài, diện tích, thể tích, dung tích, thời gian, khối lượng, tiền Việt Nam và vận tốc (mối quan hệ giữa thời gian, vận tốc, quãng đường).

– *Hình học :* Các kiến thức về hình học trong mặt phẳng (điểm ; đoạn thẳng ; hình tròn ; tam giác ; tia số ; đường thẳng – vuông góc, song song ; đường gấp khúc ; góc ; tứ giác – hình chữ nhật, hình vuông, hình bình hành, hình thang, hình thoi) và các kiến thức về hình học trong không gian (hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu).

– *Thống kê mô tả :* Giới thiệu bảng số liệu, sắp xếp lại bảng số liệu theo mục đích yêu cầu cho trước (theo thứ tự từ bé đến lớn, theo thứ tự từ lớn đến bé). Lập bảng số liệu và nhận xét bảng số liệu. Giới thiệu bạn đầu về số trung bình cộng, giới thiệu biểu đồ, tập nhận xét về biểu đồ (biểu đồ có hình ảnh, biểu đồ hình cột, biểu đồ hình quạt).

– *Giải toán có lời văn :* Giới thiệu các loại toán, các dạng toán ... đặc biệt là các bài toán ứng dụng các kiến thức đã học để giải quyết một số vấn đề của đời sống.

*e. Sách giáo khoa môn Toán*

*– Đặc điểm*

Nội dung được xây dựng theo lớp và chủ yếu là số học ; Sách được trình bày theo từng bài học với phần lí thuyết và bài tập riêng rẽ ; Càng ở lớp dưới sách càng có nhiều hình vẽ, tranh ảnh minh họa, lên lớp trên tăng dần sơ đồ, bảng biểu ; Các bài tập sắp xếp từ dễ đến khó (bài tập vận dụng lí thuyết, bài tập vận dụng kiến thức vừa học và kiến thức cũ, bài tập khó, bài tập chuẩn bị cho kiến thức mới) ; Sau từng cụm bài phục vụ cho một chủ đề nào đó là những bài tập luyện tập, ôn tập nhằm hệ thống hoá kiến thức đã học ; ...

*– Các quan điểm cơ bản khi xây dựng chương trình và biên soạn sách giáo khoa*

Trình bày các kiến thức toán học cổ truyền dưới ánh sáng của tư tưởng toán học hiện đại ; Quán triệt tinh thần giáo dục tổng hợp ; Quán triệt phục vụ yêu cầu phổ cập Tiểu học, đó là : coi trọng kiến thức trọng tâm số học, giải quyết thỏa đáng tính khoa học và tính sư phạm.

# §2. MỘT SỐ TÌNH HUỐNG ĐIỂN HÌNH KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

## 1. Dạy học khái niệm toán học

### *1.1. Khái niệm*

Khái niệm là một hình thức của tư duy phản ánh những thuộc tính bản chất, đặc trưng của sự vật, hiện tượng.

Khái niệm được coi là đúng nếu như nó phản ánh đúng những sự vật, hiện tượng tồn tại trong thực tế. Khái niệm được diễn tả bằng lời hoặc bằng kí hiệu theo sự thoả thuận trong một ý nghĩa nào đó và được xác định một cách nghiêm ngặt.

### *1.2. Quá trình hình thành khái niệm*

Quá trình nhận thức của con người bắt đầu bằng cảm giác, tri giác và biểu tượng. Tiếp đó là giai đoạn hình thành những khái niệm, quá trình hình thành khái niệm là một quá trình nhận thức phức tạp, đồng thời nó gắn liền một cách hữu cơ với hoạt động thực tiễn của con người. Khái niệm toán học được hình thành theo hai con đường : Quy nạp và suy diễn.

*Lưu ý :*

– Các khái niệm được hình thành có hai dạng là khái niệm trừu tượng và khái niệm cụ thể.

– Ở Tiểu học, giáo viên (GV) chủ yếu hình thành khái niệm cho HS bằng con đường quy nạp.

### *1.3. Nội hàm và ngoại diên của khái niệm*

*Nội hàm* là toàn thể những thuộc tính bản chất, đặc trưng được phản ánh trong khái niệm.

*Ngoại diên* là toàn thể những đối tượng có chứa những thuộc tính bản chất, đặc trưng được phản ánh trong khái niệm.

*Ví dụ 1 : "Hình bình hành là hình tứ giác có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau".*

– *Nội hàm* : Hình tứ giác, hai cặp cạnh đối diện song song, bằng nhau.

– *Ngoại diên* : Tất cả các hình tứ giác có *ba* dấu hiệu bản chất, đặc trưng kể trên. (*Chẳng hạn* : Hình bình hành, hình chữ nhật, hình thoi, hình vuông)

*Lưu ý* : Nếu nội hàm của một khái niệm càng phong phú thì ngoại diên của khái niệm đó càng thu hẹp.

*Ví dụ 2* : "*Hình chữ nhật là hình tứ giác có 4 góc vuông, có 2 cạnh dài bằng nhau và 2 cạnh ngắn bằng nhau*".

– *Nội hàm* : Hình tứ giác, bốn góc vuông, hai cạnh dài bằng nhau, hai cạnh ngắn bằng nhau.

– *Ngoại diên* : Tất cả các hình tứ giác có *bốn* dấu hiệu bản chất, đặc trưng kể trên.

Ta thấy ngoại diên của khái niệm "*hình chữ nhật*" hẹp hơn khái niệm "*hình bình hành*" vì có nội hàm phong phú hơn (*thêm dấu hiệu 4 góc vuông*).

### *1.4. Định nghĩa khái niệm*

Quá trình tìm nội hàm của khái niệm dựa trên việc liệt kê hết những dấu hiệu bản chất, đặc trưng của khái niệm rồi gộp lại thành một mệnh đề hoàn chỉnh (bằng lời hay bằng kí hiệu) chính là định nghĩa khái niệm.

### *1.5. Các cách định nghĩa khái niệm*

Định nghĩa khái niệm là một thao tác lôgic nhằm phân biệt đối tượng đang xét với những đối tượng khác và vạch ra nội hàm khái niệm. Bao gồm :

a. *Định nghĩa nhờ một khái niệm loại*

| $\forall x \in M$ | A(x) $\Leftrightarrow$ | B(x) |
|---|---|---|
| Miền đối tượng<br>(*khái niệm loại*) | Từ mới<br>(*khái niệm mới*) | Tân từ<br>(*thuộc tính của chủng*) |

*Ví dụ* : ($\forall$ tứ giác ABCD)(ABCD là hình bình hành) $\Leftrightarrow$ (AB//CD) $\wedge$ (BC//AD).

b. *Định nghĩa nhờ phương pháp kiến thiết*

Là chỉ ra PP xây dựng, tạo lập ra khái niệm.

*Ví dụ* : Khái niệm hình trụ, hình cầu được định nghĩa bằng cách này.

c. *Định nghĩa theo quy nạp*

*Ví dụ :* Cấp số cộng là một dãy số, trong đó số hạng đứng sau bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với một số d không đổi : $u_n = u_{n-1} + d$

*Lưu ý :*

– Ngoài những cách định nghĩa trên còn có các cách định nghĩa khác : Định nghĩa theo quy ước, định nghĩa bằng PP tiên đề, …

– Mỗi khái niệm có thể định nghĩa bằng nhiều cách. Định nghĩa có thể thay đổi (*mở rộng, chính xác hơn*) tuỳ theo trình độ, kiến thức của HS.

*Ví dụ :* Định nghĩa hình vuông.

*Cách 1 :* Hình vuông là hình bình hành có các cạnh bằng nhau và các góc bằng nhau (hình bình hành có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau).

*Cách 2 :* Hình vuông là hình thoi có một góc vuông (hình thoi có hai cặp cạnh đối diện song song và bốn cạnh bằng nhau).

### *1.6. Các yêu cầu của một định nghĩa khái niệm*

Một định nghĩa đạt yêu cầu phải : Tương xứng, không được vòng quanh, ngắn gọn, đơn trị, ...

### *1.7. Yêu cầu của dạy học khái niệm*

Việc DH khái niệm toán học phải làm cho HS đạt các yêu cầu sau : Nắm vững các tính chất bản chất, đặc trưng của khái niệm ; biết phát biểu rõ ràng, chính xác định nghĩa của khái niệm cùng với những kí hiệu ; biết nhận dạng các khái niệm ; biết thể hiện khái niệm ; biết vận dụng khái niệm trong những tình huống cụ thể (giải toán, thực tiễn) ; nắm được mối liên hệ giữa khái niệm vừa học với những khái niệm có liên quan ; ...

### *1.8. Phân loại khái niệm*

Phân loại khái niệm là thao tác lôgic nhằm vạch ra ngoại diên của khái niệm, bằng cách chỉ ra những khái niệm cụ thể nằm trong khái niệm trừu tượng đã có bằng những điều kiện xác định.

*Lưu ý :*

– Về ý nghĩa sư phạm, việc phân loại giúp HS hiểu rõ bản chất, đặc trưng của khái niệm. *Chẳng hạn* : HS sẽ hiểu rõ khái niệm "*số tự nhiên*" hơn nếu biết số tự nhiên được phân thành *số 1*, *số nguyên tố* và *hợp số*.

– Các điều kiện để phân loại khái niệm : Dựa theo một tiêu chí nhất định, các khái niệm sau phân loại phải độc lập với nhau, phân loại phải triệt để và tuần tự. Cách phân chia khái niệm tốt nhất là phép nhị phân.

*1.9. Hệ thống khái niệm*

Đó là hệ thống các khái niệm về số học (*số tự nhiên, phân số, số thập phân*), hình học (*trong mặt phẳng, trong không gian*), đại lượng (*thời gian, diện tích, ...)* và thống kê *(dãy số liệu, biểu đồ*, ...).

**2. Dạy học giải bài tập toán**

*2.1. Vị trí, vai trò của bài tập toán*

Dạy toán là dạy hoạt động toán học cho HS, trong đó hình thức giải bài tập là chủ yếu. Do vậy, dạy giải bài tập toán có vị trí quan trọng, nhằm đạt nhiều mục đích khác nhau, thể hiện ở các chức năng sau : chức năng DH ; chức năng giáo dục ; chức năng phát triển và chức năng kiểm tra.

*2.2. Những yêu cầu chủ yếu của một bài giải*

Bài giải không có sai lầm ; bài giải phải có cơ sở lí luận ; bài giải phải đầy đủ ; bài giải phải đơn giản, ngắn gọn.

*2.3. Các bước để giải một bài toán*

Bài tập toán rất đa dạng và phong phú, việc giải bài tập là một yêu cầu quan trọng. Để giải một bài toán, người ta thường qua 4 bước :

– *Bước 1* : Tìm hiểu kĩ nội dung đề bài. (Bài toán đã cho cái gì ? Cái phải tìm là gì ? Cái phải tìm cần thỏa mãn những điều kiện gì ? Những điều kiện đó có đủ để xác định cái phải tìm không ?)

– *Bước 2* : Tóm tắt bài toán (dùng sơ đồ đoạn thẳng, sơ đồ Ven, hình vẽ...).

– *Bước 3* : Phân tích (tìm cách giải bài toán).

– *Bước 4* : Tổng hợp (trình bày bài giải).

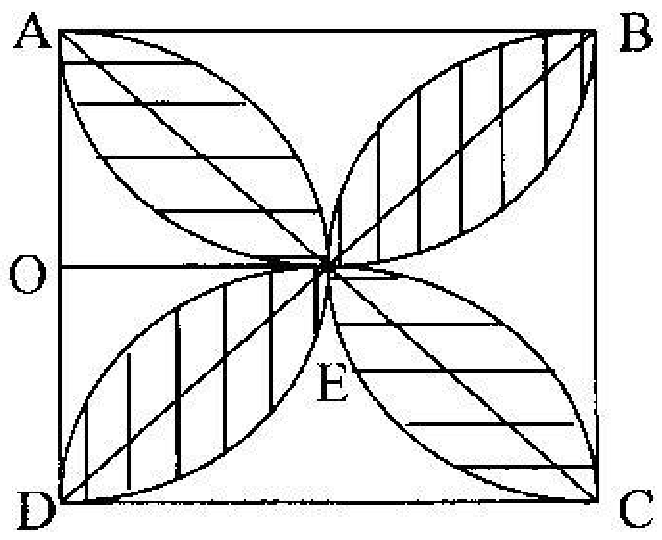
*Lưu ý* : Trong thực tế, người ta thường dùng *bước 2* và *bước 4*, còn *bước 1* đã có trong đề ra (yêu cầu HS nêu), *bước 3* thường GV giảng giải, hướng dẫn cho HS.

*Ví dụ* : Cho hình vuông ABCD. Các nửa đường tròn có đường kính là cạnh hình vuông cắt nhau ở E tạo thành hình bông hoa 4 cánh. Cho biết bán kính của các nửa đường tròn là 1 cm và lấy số $\pi$ là 3,14. Hãy tính diện tích bông hoa đó.

Khi giải, thực hiện 4 bước như sau :

*Bước 1 :* Bài toán cho gì ? Yêu cầu ta tính gì ? (*theo đề ra*)

*Bước 2 :* Tóm tắt (*dùng hình vẽ*)




*Bước 3 :* Phân tích.

S (4 cánh)
↓
S (1 cánh)
↓
S (nửa cánh)
↙ ↘
$S_{1/4}$ hình tròn → $S_{AOE}$
↓ ↓
Bán kính   OA.OE
↓
1 cm

*Bước 4 :* Tổng hợp

1 cm
↓
Bán kính ← OA.OE
↓ ↓
$S_{1/4}$ hình tròn   $S_{AOE}$
↘ ↙
S (nửa cánh)
↓
S (1 cánh)
↓
S (4 cánh)

*Lời giải :*

Diện tích $\frac{1}{4}$ hình tròn bán kính OA là : $(1 \times 1 \times 3,14) : 4 = 0,785$ ($cm^2$)

Diện tích tam giác vuông AOE là : $(1 \times 1) : 2 = 0,5$ ($cm^2$)

Diện tích $\frac{1}{2}$ cánh hoa là : $0,785 - 0,5 = 0,285$ ($cm^2$)

Diện tích một cánh hoa là : $0,285 \times 2 = 0,57$ ($cm^2$)

Diện tích 4 cánh hoa là : $0,57 \times 4 = 2,28$ ($cm^2$)

### 2.4. Các loại bài tập toán

Ở phổ thông nói chung, có hai loại bài tập toán (bài tập có quy tắc giải ; bài tập không có quy tắc giải). Ở Tiểu học, ta chia thành ba loại sau : loại toán đơn (*khi giải ta chỉ phải dùng một phép tính*) ; loại toán hợp (*khi giải, phải dùng từ hai phép tính trở lên*) ; loại toán điển hình (*có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải*).

### 2.5. Phân chia một bài toán

Nói chung, một bài toán được chia làm 2 phần : cho (*giả thiết*) và tìm (*kết luận*). Ở Tiểu học, bài toán chia làm 3 phần : các dữ kiện (*đã cho*) ; các ẩn số (*cái chưa biết, cần phải tìm*) ; các điều kiện (*mối quan hệ toán học giữa các dữ kiện và ẩn số*).

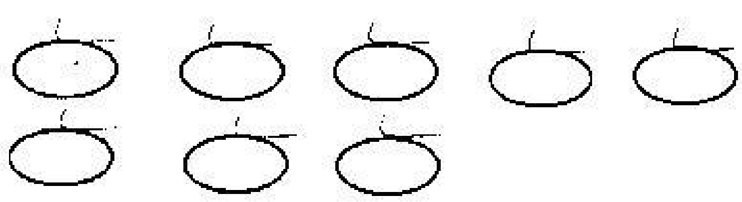
### 2.6. Các cách tóm tắt đề toán

Tùy đối tượng HS, nội dung đề toán mà giáo viên (GV) lựa chọn cách tóm tắt cho phù hợp (*dùng vật thật, mô hình, hình vẽ, sơ đồ, bảng, ...*), sẽ giúp HS định hướng ra cách giải nhanh chóng. *Chẳng hạn* :

*Ví dụ 1 : (dùng vật thật)* Em có 5 quả cam, em đã ăn hết 3 quả. Hỏi em còn lại mấy quả cam ?

*Tóm tắt :* Có :

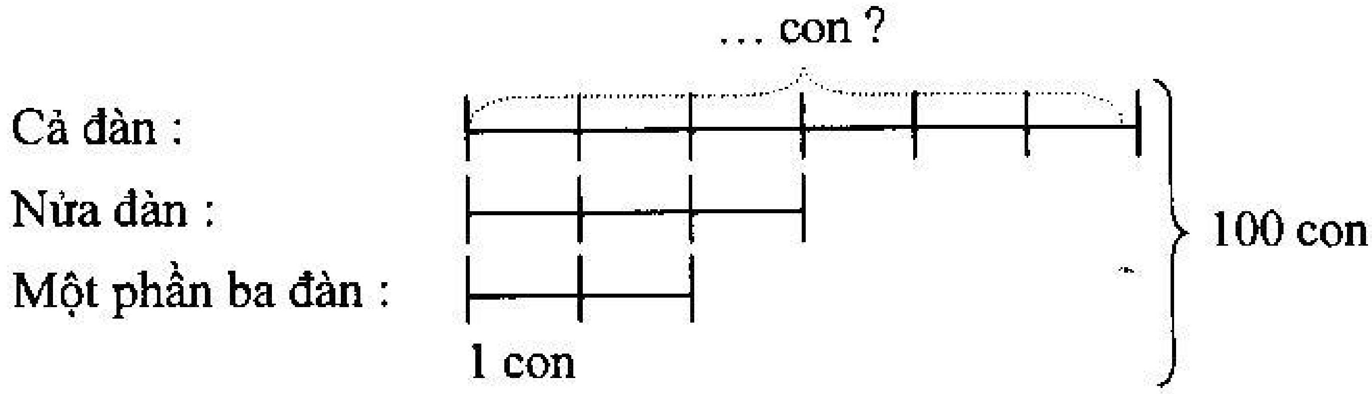
Đã ăn :



Còn lại : ... quả ?

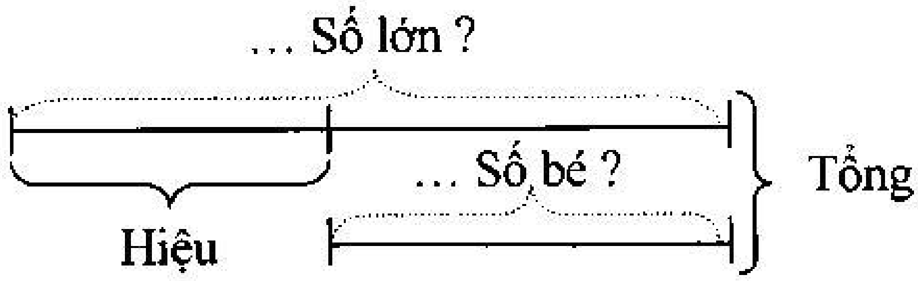
*Ví dụ 2 : (dùng sơ đồ đoạn thẳng – các đoạn thẳng phải bằng nhau)* Một con cò đang bay gặp một đàn vịt trời bay ngược lại liền cất tiếng chào : "Chào 100 bạn". Con vịt trời đầu đàn trả lời : "*Bạn nhầm rồi! Chúng tôi, thêm một nửa chúng tôi, thêm một phần ba chúng tôi, thêm cả bạn nữa mới được 100 con*". Hãy tính xem đàn vịt trời có bao nhiêu con ?

*Tóm tắt :*




*Ví dụ 3 : (dùng sơ đồ đoạn thẳng – các đoạn thẳng không bằng nhau)*

Chẳng hạn, tóm tắt khái quát dạng toán "*Tìm hai số (số lớn, số bé) khi biết tổng và hiệu của chúng*".

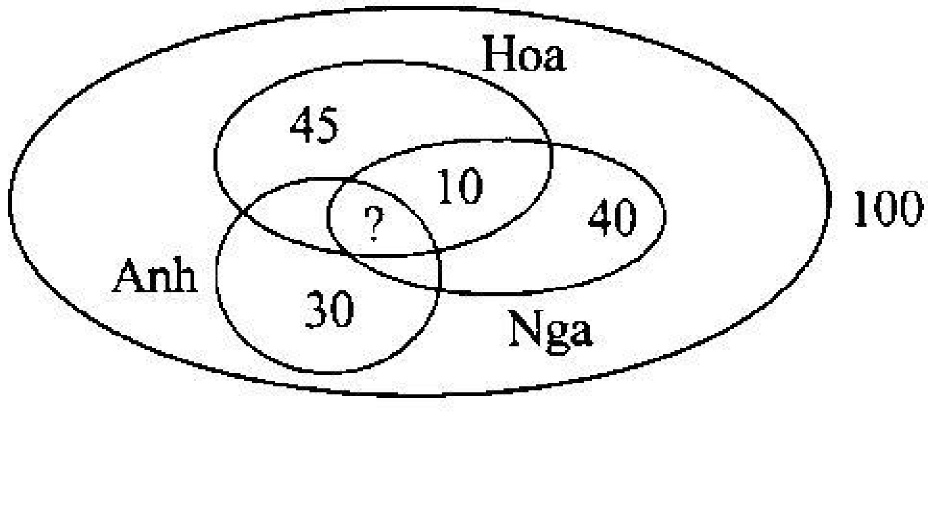



*Ví dụ 4 : (dùng ngôn ngữ, kí hiệu)* Số dân tỉnh Hà Tĩnh năm 2000 là 2 687 000 người. Biết rằng số dân đó mỗi năm tăng theo mức là cứ 1000 người tăng lên 31 người. Hãy tính số dân năm 2011.

| | | |
|---|---|---|
| *Tóm tắt :* | Năm 2000 : | 2 687 000 người. |
| | 1 năm : | 1000 người tăng 31 người. |
| | Năm 2011 : | ... người ? |

*Ví dụ 5 : (dùng sơ đồ Ven)* Một trăm đại biểu tham dự một hội nghị, các đại biểu có thể sử dụng một trong ba thứ tiếng : Nga, Hoa hoặc Anh. Biết rằng, có 30 đại biểu chỉ nói được tiếng Anh, 40 đại biểu chỉ nói được tiếng Nga, 45 đại biểu chỉ nói được tiếng Hoa và 10 đại biểu nói được hai thứ tiếng Nga và Hoa. Hỏi có bao nhiêu đại biểu nói được cả ba thứ tiếng ?

*Tóm tắt :*



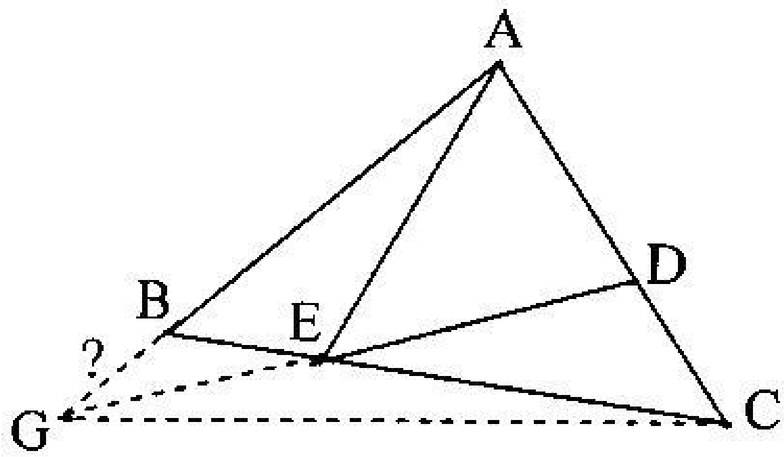
*Ví dụ 6 : (dùng bảng)* Ba nghệ sĩ Vàng, Bạch, Hồng rủ nhau đi uống cà phê. Ngồi trong quán, người đội mũ trắng nhận xét : "Ba ta đội mũ trùng tên của chúng ta nhưng không có ai có màu mũ giống tên của mình cả". Nghệ sĩ Vàng hưởng ứng : "Anh nói đúng !". Bạn hãy cho biết mỗi nghệ sĩ đội mũ màu gì ?

*Tóm tắt :*

| *Nghệ sĩ* / *Màu mũ* | Vàng | Bạch | Hồng |
|---|---|---|---|
| Vàng | 0 | | |
| Bạch | | 0 | |
| Hồng | | | 0 |

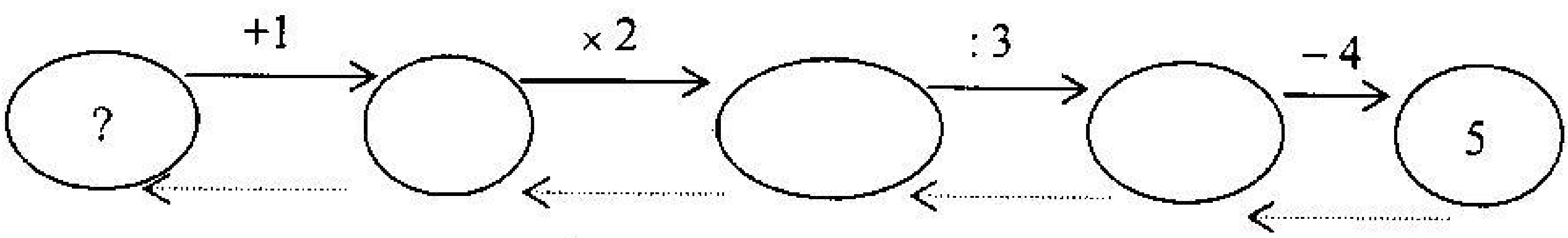
*Ví dụ 7 : (dùng hình vẽ)* Cho hình tam giác ABC, có AB bằng 6 cm. Trên AC lấy điểm D sao cho AD gấp đôi DC. Trên BC lấy điểm E sao cho BE bằng một nữa EC, kéo dài DE và AB cắt nhau ở G. Tính BG.

*Tóm tắt :*




*Ví dụ 8 : (dùng mô hình)* Tìm một số biết rằng nếu lấy số đó lần lượt cộng với 1 rồi nhân với 2, được bao nhiêu đem chia cho 3 rồi trừ đi 4 thì được 5.

*Tóm tắt :*




*Ví dụ 9 : (dùng chữ thay số)* Tí hỏi anh Ba : "Năm nay anh bao nhiêu tuổi ?". Anh Ba nói : "Lấy số tuổi của anh nhân với 6 thì được một số có 3 chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1 còn hai chữ số hàng chục và hàng đơn vị lại là số tuổi của anh". Các em hãy cùng bạn Tí tính xem anh Ba bao nhiêu tuổi ?

*Tóm tắt :* Gọi $\overline{ab}$ là tuổi của anh Ba ($0 < a$ ; $a, b < 10$ ; $a, b \in N$).

Ta có : $\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$ ; $\overline{ab} = ?$

### *2.7. Quy định hình thức trình bày một bài giải toán*

Hình thức trình bày một bài giải toán thể hiện ở : *Cách ghi các phép tính giải* (ghi theo hàng ngang, chỉ ghi đơn vị đi kèm ở kết quả, ...) ; *Cách ghi câu lời giải* (lời giải được ghi dưới dạng câu khẳng định, ghi theo hàng ngang, ...) ; *Cách trình bày đáp số* (đối với bài toán có nhiều cách giải thì có thể chỉ ghi đáp số sau cách giải sau cùng, đáp số không ghi bằng lời – trừ trường hợp đặc biệt, có bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số, ghi theo thứ tự, đơn vị sau đáp số không để trong dấu ngoặc đơn, ...).

### *2.8. Các phương pháp giải toán*

PP dùng sơ đồ đoạn thẳng ; PP dùng chữ thay số ; PP dùng bảng ; PP dùng suy luận lôgic ; PP dùng suy ngược từ cuối ; PP dùng giả thiết tạm ; ...

### *2.9. Ý nghĩa của việc giải toán*

Giải toán giúp HS : Củng cố, vận dụng và hiểu sâu lí thuyết ; Áp dụng vào đời sống (*học đi đôi với hành*) ; Phát triển trí thông minh, sáng tạo ; Kiểm tra mức độ nắm lí thuyết ; Rèn luyện tính kiên trì, vượt khó, làm việc có kế hoạch, ... ; Rèn luyện và phát triển tư duy nhờ các thao tác : Phân tích, tổng hợp, so sánh, ...

*Lưu ý :* Việc đi sâu vào tìm nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán có vai trò to lớn trong việc rèn luyện tư duy, kĩ năng, củng cố kiến thức ; Rèn luyện trí thông minh, sáng tạo cho HS.

*Chẳng hạn :* Cho số tự nhiên có 3 chữ số. Người ta viết thêm số 90 vào bên trái của số đã cho để được số mới có 5 chữ số. Lấy số này chia cho số đã cho thì được thương là 721 và không còn dư. Tìm số đã cho.

*Lời giải :* Gọi số tự nhiên cần tìm là $\overline{abc}$, $a \neq 0$ ; a, b, c < 10.

Theo bài ra, ta có : $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$

*Cách 1 :* $(90\,000 + \overline{abc}) : \overline{abc} = 721$ *(cấu tạo thập phân của số)*

$90\,000 : \overline{abc} + \overline{abc} : \overline{abc} = 721$ *(chia một tổng cho một số)*

$90\,000 : \overline{abc} + 1 = 721$

$90\,000 : \overline{abc} = 721 - 1$ *(tìm số hạng chưa biết)*

$90\,000 : \overline{abc} = 720$

$\overline{abc} = 90\,000 : 720$ *(tìm số chia)*

$\overline{abc} = 125$

*Cách 2 :* $\overline{90abc} : \overline{abc} = 721$ ;

$\overline{90abc} = 721 \times \overline{abc}$ *(tìm số bị chia)* ;

$90\,000 + \overline{abc} = 721 \times \overline{abc}$ *(cấu tạo thập phân của số)* ;

$721 \times \overline{abc} - \overline{abc} = 90000$ *(tìm một số hạng của tổng)* ;

$(721 - 1) \times \overline{abc} = 90\,000$ *(một số nhân với một hiệu)* ;

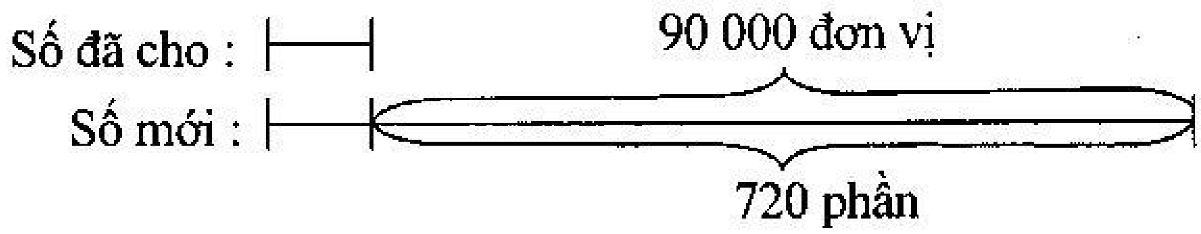
$720 \times \overline{abc} = 90\,000$ ;

$\overline{abc} = 90\,000 : 720$ (*tìm thừa số chưa biết*) ;

$\overline{abc} = 125$.

*Cách 3 :* Khi viết thêm 90 vào bên trái số đã cho thì số mới sẽ hơn số đã cho 90000 đơn vị. Mặt khác, số mới gấp số đã cho 721 lần. Nếu ta biểu thị số đã cho là 1 phần thì số mới là 721 phần.

Ta có sơ đồ sau :




Hiệu số phần bằng nhau là : 721 – 1 = 720 (phần)

Số đã cho là : 90 000 : 720 = 125

# §3. VẬN DỤNG PHÉP BIỆN CHỨNG DUY VẬT KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

Triết học duy vật biện chứng thể hiện các quy luật chung nhất của sự phát triển tự nhiên xã hội và tư duy con người ; là cơ sở PP luận, giúp hình thành thế giới quan khoa học để dạy, học và nghiên cứu toán học. Triết học duy vật biện chứng giúp con người hiểu được toán học một cách sâu sắc ; cung cấp PP nghiên cứu toán học đúng đắn : xem xét những đối tượng toán học trong quá trình phát triển và mối liên hệ phụ thuộc lẫn nhau, trong sự mâu thuẫn thống nhất, phát hiện những biến đổi về lượng dẫn tới biến đổi về chất.

Liên hệ một số khía cạnh của các *cặp phạm trù*, các *nguyên lí*, các *quy luật* của Triết học duy vật biện chứng là một nội dung quan trọng trong DH nói chung và quá trình DH môn Toán nói riêng ở cấp Tiểu học, bởi lẽ DH toán không chỉ là dạy cho HS biết giải toán mà phải làm cho HS biết cách học, khả năng tự học, giúp HS phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo, khả năng tự giải quyết vấn đề, khả năng tự tìm tòi kiến thức và khả năng vận dụng vào thực tiễn.

## 1. Một số khái niệm của Triết học duy vật biện chứng

### *1.1. Phương pháp*

Là hệ thống những nguyên tắc được rút ra từ tri thức về các quy luật khách quan để điều chỉnh hoạt động nhận thức và thực tiễn nhằm thực hiện mục đích nhất định.

### *1.2. Phương pháp luận*

Là hệ thống quan điểm, nguyên tắc xuất phát có vai trò chỉ đạo trong việc xác định PP cụ thể cũng như xác định phạm vi, khả năng áp dụng chúng một cách hợp lí và có hiệu quả.

### *1.3. Phép biện chứng*

Là môn khoa học nghiên cứu những quy luật chung nhất của mọi vận động và phát triển của tự nhiên, xã hội và tư duy con người.

### *1.4. Nguyên lí*

Là những luận điểm cơ bản của một học thuyết có tính chất tổng quát, chi phối hàng loạt sự vật, hiện tượng.

### *1.5. Phạm trù*

Phản ánh khái quát những thuộc tính bản chất, phổ biến của một lớp sự vật, hiện tượng.

*Chú ý :*

– *Phạm trù triết học :* Mang tính khách quan, mang tính biện chứng.

– *Biện chứng :* Không ngừng vận động, phát triển, chuyển hóa lẫn nhau.

### *1.6. Quy luật*

Chỉ những mối liên hệ tất yếu, phổ biến, ổn định của các sự vật, hiện tượng (tất yếu khách quan, tồn tại độc lập với ý thức của con người).

## 2. Nguyên lí của Triết học duy vật biện chứng

### *2.1. Nguyên lí về mối liên hệ phổ biến*

Mọi sự vật, hiện tượng đều tồn tại trong mối liên hệ phổ biến, không có sự vật, hiện tượng nào tồn tại một cách cô lập, sự vật nào cũng tồn tại trong mối liên hệ với sự vật khác, hơn nữa tồn tại trong vô vàn các mối liên hệ. Bản chất của sự vật, hiện tượng được hình thành và bộc lộ thông qua mối liên hệ phổ biến.

*Chú ý :*

– *Liên hệ :* Sự nương tựa vào nhau, thâm nhập vào nhau, ràng buộc quy định lẫn nhau, sự chuyển hóa lẫn nhau của các sự vật và hiện tượng.

– *Quan hệ :* Những mối liên hệ sâu sắc, bền chặt, gắn bó với nhau.

– *Liên hệ phổ biến :* Chỉ sự liên hệ tồn tại ở mọi sự vật, hiện tượng, quá trình trong tự nhiên, xã hội và tư duy.

Khi DH, chúng ta cần nghiên cứu toán học trong tất cả các mặt, các quan hệ bên trong và bên ngoài của nó. Có như vậy, chúng ta mới hiểu được sâu sắc đối tượng toán học đó, mới đánh giá được một cách chính xác bản chất, đặc trưng và tầm quan trọng của nó trong thực tiễn.

*Ví dụ :* Khi dạy khái niệm "*hình tròn*" và các nội dung liên quan (chu vi, diện tích, ...), GV có thể nói cho HS biết : Trong thực tế, có những hình tròn tồn tại xung quanh chúng ta. *Chẳng hạn :* Bùng binh, chân bao quanh cột cờ ở sân trường, ... là những hình tròn.

### *2.2. Nguyên lí về sự phát triển*

Phát triển là khuynh hướng chung, phổ biến, là một quá trình tự thân.

*Chú ý : Phát triển* là sự vận động từ thấp lên cao, từ đơn giản đến phức tạp, từ kém hoàn thiện đến hoàn thiện hơn.

Khi DH, chúng ta cần xem xét đối tượng toán học trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó, cần xem xét đối tượng toán học ấy đã xuất hiện như thế nào trong lịch sử, đã trải qua những giai đoạn phát triển chủ yếu nào ? Tuân thủ nguyên tắc này, chúng ta sẽ tránh được những sai lầm của cách xem xét toán học một cách "*siêu hình*", "*cứng nhắc*", ...

*Chẳng hạn :* Sự hình thành và phát triển hệ thống số khi DH môn Toán ở cấp Tiểu học : N (*tập hợp số tự nhiên – lớp tỉ*) $\rightarrow$ $Q^+$ (*tập hợp số hữu tỉ dương – phân số, số thập phân*) $\rightarrow$ $Z^+$ (*tập hợp số nguyên dương*).

## 3. Những cặp phạm trù cơ bản của Triết học duy vật biện chứng

### *3.1. Cái riêng và cái chung*

Cái riêng và cái chung có mối quan hệ biện chứng với nhau. Bất kì cái riêng nào cũng không gia nhập hết vào cái chung ; Bất kì cái chung nào cũng chỉ bao quát một cách đại thể cái riêng ; Bất kì cái riêng nào cũng chỉ tồn tại trong mối liên hệ dẫn tới cái chung, bao hàm cái chung ; Cái riêng là cái toàn thể, cái chung là cái bộ phận, cho nên cái riêng phong phú hơn cái chung, nhưng cái chung mang tầm bản chất lại là cái sâu sắc, quy định bản chất và xu hướng vận động của cái riêng.

*Chú ý :*

– *Cái riêng* chỉ một sự vật, hiện tượng, một quá trình hoặc một hệ thống các sự vật, hiện tượng, quá trình tạo thành một chỉnh thể tồn tại tương đối độc lập với các cái riêng khác.

– *Cái chung* chỉ những yếu tố giống nhau, đồng nhất của hai hoặc nhiều cái riêng.

Khi DH môn Toán cần chú ý, vì cái chung chỉ tồn tại trong cái riêng nên muốn nhận thức được cái chung chúng ta phải đi từ những cái riêng, xuất phát từ cái riêng. Tồn tại thông qua cái riêng, cái chung biểu hiện ra là cái đặc thù (ba yếu tố tạo thành cái riêng : *cái đơn nhất* – cái chỉ nó có ; *cái đặc thù* – cái chỉ có ở một số sự vật cùng loại, nó cũng có thể là sự biểu hiện cụ thể của cái chung trong cái riêng ; *cái phổ biến* – cái lặp lại ở tất cả các cái riêng).

*Chẳng hạn :* Ta thấy tính chất hai mặt trong việc DH tứ giác. Nếu xét hình vuông (*là cái riêng*) và hình chữ nhật (*là cái chung*), là mâu thuẫn với nhau mà không chú ý đến tính thống nhất biện chứng rằng hình vuông là một trường hợp đặc biệt của hình chữ nhật, thì HS sẽ khó nghĩ ra rằng hình chữ nhật không có tính chất 4 cạnh bằng nhau. Ngược lại, phải nghĩ rằng hình chữ nhật ắt phải có tính chất tổng quát hơn, mà nó nhận tính chất 4 cạnh bằng nhau làm một trường hợp đặc biệt. Điều này, giúp HS phát hiện ra vấn đề và học tập một cách chủ động, sáng tạo, tích cực và tự giác hơn.

Khi DH, để góp phần thúc đẩy đối tượng toán học nào đó phát triển, phải tác động phù hợp với quy luật (*cái chung, cái phổ biến*) của đối tượng, song không thể không tính đến yếu tố *đặc thù* của đối tượng để có cách tác động thích hợp. Chống tuyệt đối hóa hoặc cái chung, hoặc cái riêng.

*Ví dụ :* Đặc biệt hóa từng thành phần của một bài toán (*cái chung*) sẽ cho ra nhiều bài toán mới (*cái riêng*). Chẳng hạn, *bài toán chung :* "Cho tứ giác ABCD. Trên cạnh AD lấy hai điểm E, F sao cho AE = EF = FD. Trên cạnh BC lấy hai điểm H, G sao cho BH = HG = GC. Nối EH, FG. Hãy chứng tỏ diện tích tứ giác EFGH bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tứ giác ABCD".

Đặc biệt hóa độ dài cạnh của tứ giác ABCD (chọn cạnh AD = 0 hoặc AB = 0), ta có hai bài toán riêng sau :

*Bài toán riêng 1 :* Cho tam giác ABC, gọi P, Q là hai điểm thuộc cạnh BC sao cho BP = PQ = QC. Hãy chứng tỏ diện tích tam giác APQ bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tứ giác ABCD.

*Bài toán riêng 2 :* Cho tam giác ADC, gọi M, N là hai điểm thuộc cạnh AD sao cho AM = MN = ND ; P, Q là hai điểm thuộc cạnh AC sao cho AP = PQ = QC. Hãy chứng tỏ diện tích tứ giác MNQP bằng $\frac{1}{3}$ diện tích tam giác ADC.

### *3.2. Yếu tố và hệ thống*

Yếu tố và hệ thống có quan hệ qua lại, phụ thuộc và tác động lẫn nhau, đồng thời có tính độc lập tương đối.

*Chú ý :*

– *Hệ thống* chỉ một chỉnh thể được tạo thành từ nhiều bộ phận, đặc điểm, thuộc tính, … nằm trong sự liên hệ, tác động qua lại với nhau, phụ thuộc vào nhau.

– *Yếu tố* chỉ các bộ phận, đặc điểm, thuộc tính tạo thành một chỉnh thể nhất định.

Để nhận thức được hệ thống, phải đi từ nhận thức các yếu tố cấu thành hệ thống đến nhận thức phương thức liên kết giữa chúng. Để cải biến sự vật, có thể dùng một trong ba cách, tùy thuộc mục đích của hoạt động cải biến đó : *Thay đổi các yếu tố cấu thành ; Thay đổi phương thức liên kết giữa các yếu tố cấu thành ; Thay đổi cả yếu tố cấu thành hệ thống và phương thức liên kết giữa các yếu tố đó.*

Khi giải xong một bài toán, học xong một chủ đề, GV cần *hệ thống* lại nội dung, mặt khác làm cho HS chỉ ra được các *yếu tố* cụ thể.

*Chẳng hạn :* Sau khi học xong chủ đề "Các số chia hết cho 3", HS có thể lấy những trường hợp (*yếu tố*) : $123 \vdots 3$, vì $1 + 2 + 3 = 6 \vdots 3$ ; $435 \vdots 3$ vì $4 + 3 + 5 = 12 \vdots 3$ ; … từ đó GV phải làm cho HS khái quát (*hệ thống*) được quy tắc "*số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 3*".

Hơn thế nữa GV phải làm cho HS biết xâu chuỗi các nội dung trong một chương, một học kì, một năm học thành một hệ thống hoàn chỉnh, từ đó HS mới nắm được các mối liên hệ qua lại và sự phụ thuộc lẫn nhau giữa các *yếu tố* trong toàn bộ *hệ thống* (nên sử dụng sơ đồ, mô hình, …).

### *3.3. Khả năng và hiện thực*

Khả năng và hiện thực có mối quan hệ biện chứng, không tách rời nhau, chúng luôn chuyển hóa lẫn nhau – hiện thực luôn được chuẩn bị bằng khả năng, còn khả năng luôn hướng tới biến thành hiện thực.

*Chú ý :*

– *Khả năng* chỉ cái sẽ có, khi có điều kiện thích hợp.

– *Hiện thực* chỉ cái đang có, đang tồn tại.

Khi DH, muốn dự báo được khả năng biến đổi của đối tượng toán học, phải nhận thức được quy luật của đối tượng ấy. Để hiện thực hóa khả năng, cần tác động phù hợp yêu cầu của quy luật ; cần tạo ra những điều kiện thích hợp cho quy luật phát huy tác động vừa phù hợp với yêu cầu khách quan, vừa đáp ứng nhu cầu thực tiễn của chủ thể tác động.

*Ví dụ* : Cho biểu thức A(x) = x + 2 với $0 \leq x \leq 3$, $x \in N$. Với điều kiện nào của x thì A(x) ⋮ 3 ?

*Khả năng* sẽ có x thỏa mãn. Ta xét cụ thể :

– Xét x = 0, ta có A(0) = 2 (không thỏa mãn).

– Xét x = 1, ta có A(1) = 3 (thỏa mãn – *hiện thực*).

– Xét x = 2, ta có A(2) = 4 (không thỏa mãn).

– Xét x = 3, ta có A(3) = 5 (không thỏa mãn).

***3.4. Bản chất và hiện tượng***

Có mối mối quan hệ biện chứng với nhau. Mỗi sự vật là sự thống nhất giữa bản chất và hiện tượng – bản chất bao giờ cũng bộc lộ ra qua hiện tượng, còn hiện tượng bao giờ cũng là sự biểu hiện của bản chất.

*Chú ý* :

– *Bản chất* chỉ tổng hợp tất cả những mặt, những mối liên hệ tất nhiên, tương đối ổn định ở bên trong sự vật, quy định sự vận động và phát triển của sự vật đó.

– *Hiện tượng* là sự biểu hiện ra bên ngoài của bản chất.

Bản chất và hiện tượng đều tồn tại khách quan nên con người chỉ có thể tìm ra bản chất của sự vật ở chính sự vật, không thể tìm bản chất sự vật ở ngoài sự vật đó. Bản chất không tồn tại dưới dạng thuần túy, nó bao giờ cũng bộc lộ ra ngoài thông qua các hiện tượng tương ứng của mình, nên chúng ta chỉ có thể tìm ra bản chất của sự vật trên cơ sở nghiên cứu các hiện tượng. Quá trình nhận thức là quá trình con người đi từ hiện tượng đến bản chất, từ bản chất ít sâu sắc đến bản chất sâu sắc hơn.

Khi DH, muốn thay đổi một đối tượng toán học, về cơ bản, phải thông qua hoạt động thực tiễn để thay đổi bản chất của đối tượng toán học đó. Muốn thay đổi bản chất của đối tượng toán học, phải thông qua hoạt động, làm mất điều kiện tác động của quy luật cũ, tạo điều kiện cho sự nảy sinh và tác động của quy luật mới.

*Ví dụ* : *Bản chất* của bài toán "Cho hình thang ABCD có diện tích 1155 $cm^2$, đáy bé kém đáy lớn 33 cm. Kéo dài đáy bé thêm 20 cm và kéo dài đáy lớn thêm 5 cm về cùng một phía ta được hình thang mới. Diện tích hình thang mới này bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 30 cm và chiều dài 51 cm. Tính đáy lớn, đáy bé của hình thang ban đầu" là dạng toán "Tìm hai số khi biết tổng và hiệu" (*bản chất*). Sau khi đã phân tích, ta tìm ra được tổng và hiệu của hai đáy hình thang ban đầu là 77 cm và 33 cm.

### *3.5. Hình thức và nội dung*

Có sự thống nhất và gắn bó hữu cơ với nhau.

*Chú ý :*

– *Hình thức* chỉ hệ thống các mối liên hệ tương đối bền vững giữa các yếu tố của sự vật, là phương thức tồn tại của nội dung.

– *Nội dung* chỉ tổng hợp tất cả những mặt, những yếu tố, những quá trình tạo nên sự vật, diễn ra trong sự vật.

Vì nội dung quyết định hình thức nên khi xét đoán một đối tượng toán học nào đó, cần căn cứ trước hết vào nội dung của nó ; Muốn làm biến đổi đối tượng toán học, cần tác động để thay đổi trước hết nội dung của nó.

*Ví dụ :* Cùng một khái niệm, bài tập (*nội dung*) GV cho HS trình bày dưới nhiều dạng khác nhau (*hình thức*). *Chẳng hạn :* Cùng một nội dung "*Số chẵn*", ta có thể nói "*là các số có chữ số tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8*" hoặc "*là các số chia hết cho 2*".

Khi DH toán, cần chống lại mọi khuynh hướng tách rời nội dung và hình thức (tuyệt đối hóa hình thức, tuyệt đối hóa nội dung là hai thái cực sai lầm), cần sử dụng một cách sáng tạo mọi loại hình thức có thể có, lấy cái này bổ sung, thay thế cái kia để DH có hiệu quả.

### *3.6. Nguyên nhân và kết quả*

Có mối quan hệ biện chứng với nhau. Nguyên nhân là cái sinh ra kết quả nên nguyên nhân luôn có trước kết quả. Kết quả chỉ xuất hiện khi nguyên nhân xuất hiện và bắt đầu tác động. Cùng một nguyên nhân có thể gây nên những kết quả khác nhau, tùy thuộc vào hoàn cảnh cụ thể. Ngược lại, một kết quả có thể được gây nên bởi nhiều nguyên nhân khác nhau tác động riêng lẻ hay tác động cùng một lúc.

*Chú ý :*

– *Nguyên nhân* chỉ sự tác động qua lại giữa các mặt, các bộ phận, các thuộc tính trong một sự vật hoặc giữa các sự vật với nhau gây ra những biến đổi nhất định.

– *Kết quả* chỉ những biến đổi xuất hiện do tác động qua lại đó.

Quá trình nhận thức sự vật là quá trình phát hiện nguyên nhân để hiểu đúng sự vật đó. Mọi hiện tượng đều có nguyên nhân xuất hiện, tồn tại và tiêu vong của nó nên nhiệm vụ của nhận thức nói chung và của nhận thức khoa học nói riêng, là tìm ra những nguyên nhân chưa được phát hiện để có thể hiểu đúng hiện tượng.

*Ví dụ :* Nếu một số có chữ số tận cùng là 0 hoặc 5 (*nguyên nhân*) thì số đó sẽ chia hết cho 5 (*kết quả*).

Khi DH toán, mối liên hệ nhân quả mang tính tất yếu, nên cần dựa vào mối liên hệ nhân quả để hành động. Muốn loại bỏ một hiện tượng nào đó, cần loại bỏ nguyên nhân (*chủ yếu, bên trong*) làm nảy sinh ra nó. Muốn cho hiện tượng nào đó xuất hiện, cần tạo ra nguyên nhân cùng những điều kiện cần thiết cho nguyên nhân sinh ra nó phát sinh tác dụng.

### *3.7. Ngẫu nhiên và tất nhiên*

Có mối quan hệ biện chứng. Cả ngẫu nhiên và tất nhiên đều tồn tại một cách khách quan, độc lập với ý thức con người. Ngẫu nhiên là hình thức biểu hiện của tất nhiên. Ranh giới giữa tất nhiên và ngẫu nhiên có tính tương đối.

*Chú ý :*

– *Tất nhiên* chỉ cái do những nguyên nhân cơ bản, bên trong của sự vật quyết định và trong điều kiện nhất định, nó nhất định phải xảy ra đúng như thế chứ không thể khác.

– *Ngẫu nhiên* chỉ cái do các nguyên nhân bên ngoài, do sự ngẫu hợp của nhiều hoàn cảnh bên ngoài quyết định, do đó nó có thể xuất hiện, có thể không xuất hiện, cũng có thể xuất hiện như thế này, cũng có thể xuất hiện như thế khác.

Muốn nhận thức cái tất nhiên, cần bắt đầu từ cái ngẫu nhiên ; Chỉ có thể phát hiện ra được cái tất nhiên bằng cách nghiên cứu qua rất nhiều cái ngẫu nhiên. Không phải cái chung nào cũng đồng thời là cái tất nhiên, cho nên phát hiện ra được cái chung chưa có nghĩa là đã phát hiện ra được cái tất nhiên.

*Ví dụ :* Gieo đồng tiền kim loại, mỗi lần gieo đồng tiền xuất hiện mặt sấp hay mặt ngửa là *ngẫu nhiên*. Tuy vậy, "*cái tất nhiên*" là tổng số mặt sấp hoặc ngửa so với tổng số lần gieo là xấp xỉ $\frac{1}{2}$. Càng gieo nhiều, tỉ số đó càng tiến gần tới $\frac{1}{2}$ (chứ không thể là $\frac{2}{3}$ hay $\frac{3}{4}$).

Khi DH toán, trước hết và chủ yếu cần dựa vào cái tất nhiên, nhưng không phải vì thế mà có thể bỏ qua cái ngẫu nhiên. Bởi lẽ, đôi khi cái ngẫu nhiên có tác động rất mạnh tới sự biến đổi của đối tượng toán học cũng như cách thức hoạt động khi biến đổi đối tượng toán học đó. Cho nên, trong hoạt động thực tiễn cần có các phương án hành động dự phòng cho trường hợp ngẫu nhiên bất ngờ xuất hiện. Có như vậy mới tránh được bị động trong hoạt động thực tiễn.

## 4. Những quy luật của Triết học duy vật biện chứng

### *4.1. Quy luật chuyển hóa từ những sự thay đổi về lượng thành những sự thay đổi về chất và ngược lại*

– *Chất* chỉ tính quy định vốn có của sự vật, là tổng hợp các thuộc tính, các đặc trưng, ... làm cho nó là nó.

– *Lượng* chỉ tính quy định của sự vật, nói lên quy mô tồn tại ; tổng số các bộ phận, các đại lượng, các thuộc tính ; cường độ ; nhịp điệu vận động và phát triển của sự vật ...

– *Độ* chỉ sự thống nhất giữa chất và lượng ; là một khoảng giới hạn mà trong đó sự thay đổi của lượng chưa dẫn tới sự thay đổi căn bản về chất.

– *Điểm nút* chỉ điểm giới hạn trong sự thay đổi về lượng, mà sự thay đổi về lượng đạt tới đó sẽ dẫn tới sự thay đổi căn bản về chất của sự vật.

– *Bước nhảy* chỉ một giai đoạn trong quá trình vận động và phát triển, ở đó sự thay đổi về lượng đang dẫn tới sự thay đổi căn bản về chất của sự vật.

Để nhận thức được chất của sự vật, cần đi từ nhận thức chất của các yếu tố cấu thành sự vật đến nhận thức phương thức liên kết giữa các yếu tố đó. Để cải biến sự vật, phải đi từ tích lũy về lượng đến nhảy vọt thay đổi về chất.

*Ví dụ :* Tính giá trị của biểu thức :

a)

| a | 3 | 5 | 7 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| $6 \times a$ | $6 \times 3 = 18$ | ... | ... | ... |

b)

| a | $a + 8$ | $14 - a$ | $24 : a$ | $a \times 5$ |
|---|---|---|---|---|
| 4 | $4 + 8 = 12$ | ... | ... | ... |

Từ *ví dụ a)* ta thấy sự thay đổi của ẩn số a sẽ dẫn đến sự thay đổi giá trị của biểu thức và ngược lại, ở *ví dụ b)* sự thay đổi của biểu thức sẽ dẫn đến giá trị của biểu thức cũng thay đổi. Đó là những *biểu hiện đơn giản* của sự thay đổi về *lượng* dẫn đến sự thay đổi về *chất*. Nhưng đồng thời ta cũng thấy được *mối liên hệ phụ thuộc giữa các đối tượng toán học* (ẩn số và biểu thức).

### *4.2. Quy luật thống nhất và đấu tranh giữa các mặt đối lập*

Mâu thuẫn nói chung, đấu tranh của các mặt đối lập nói riêng là nguyên nhân, nguồn gốc, động lực của sự vận động và phát triển.

– *Đối lập* chỉ những mặt có tính quy định trái ngược nhau. Những mặt có xu hướng vận động, phát triển trái ngược nhau tạo thành đối lập biện chứng.

– *Mâu thuẫn biện chứng* là sự thống nhất và đấu tranh giữa các mặt đối lập biện chứng tạo ra sự vận động và phát triển.

– *Sự thống nhất của các mặt* đối lập là sự nương tựa vào nhau, làm điều kiện và tiền đề tồn tại cho nhau, không có mặt đối lập này thì không có mặt đối lập kia.

– *Đấu tranh của các mặt* đối lập là sự tác động lẫn nhau, sự bài trừ, phủ định lẫn nhau, sự triển khai của các mặt đối lập.

Khi DH toán, có thể quá trình nhận thức đối tượng toán học là quá trình phản ánh mâu thuẫn của đối tượng đó. Quá trình phản ánh đó diễn ra thông qua một lôgic (*từ đồng nhất đến khác nhau → từ khác nhau đến đối lập → từ đối lập đến mâu thuẫn*). Phát hiện mâu thuẫn, phân tích các mặt đối lập tạo thành mâu thuẫn, xác định trạng thái chín muồi của mâu thuẫn, tìm ra PP, phương tiện, lực lượng có khả năng giải quyết mâu thuẫn một cách thực tế. Nhờ vậy ra đời đối tượng toán học mới với mâu thuẫn mới.

*Ví dụ :* Tập hợp các số tự nhiên và các phép tính thực hiện chúng là một thể thống nhất của các mặt đối lập : Phép *cộng* và phép *trừ*, phép *nhân* và phép *chia*.

*Tích của hai số tự nhiên :* $9 \times 3 = 27$ ; $3 \times 4 = 12$ ; $5 \times 9 = 45$; $7 \times 3 = 21$.

Phép nhân các số tự nhiên luôn luôn thực hiện được trong N.

*Thương của hai số tự nhiên :* $8 : 2 = 4$ ; $12 : 3 = 4$ ; $7 : 3 = ?$; $5 : 2 = ?$

Phép chia các số tự nhiên không luôn luôn thực hiện được trong N.

*Sự mâu thuẫn này chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển để tập hợp $Q^+$ (các số hữu tỉ không âm) ra đời.*

Như vậy muốn nhận thức đúng bản chất sự vật, tìm ra phương hướng và giải pháp đúng để giải quyết vấn đề cần phải đi sâu nghiên cứu phát hiện ra những mâu thuẫn của sự vật. Muốn phát hiện ra mâu thuẫn, phải tìm ra trong thể thống nhất những mặt trái ngược nhau, tức là tìm ra những mặt đối lập và tìm ra những mối liên hệ, tác động qua lại lẫn nhau giữa các mặt đối lập đó.

*Lưu ý :* Ở Tiểu học có thể *hiểu đơn giản* mâu thuẫn, đối lập thể hiện như *phép cộng* và *phép trừ* ; *cao hơn* và *thấp hơn* ; *trên* và *dưới* ; *tỉ lệ thuận* và *tỉ lệ nghịch*...

***4.3. Quy luật phủ định của phủ định***

Phủ định biện chứng là sự phủ định tạo ra điều kiện, tiền đề ra đời cái mới. Phải tìm ra cái mới, tin tưởng vào cái mới, tạo điều kiện cho cái mới khẳng định bản thân mình.

– *Phủ định* chỉ sự mất đi của sự vật này, sự ra đời sự vật khác.

– *Phủ định biện chứng* là phủ định tạo ra điều kiện, tiền đề cho sự phát triển.

*Ví dụ :* Sự hình thành và phát triển các khái niệm về hình học được thực hiện từng bước phù hợp với trình độ HS ở mỗi lớp trong cấp học :

*Lớp 1 :*
- Nhận dạng bước đầu về hình tròn, hình vuông, tam giác.
- Giới thiệu về điểm, điểm ở trong, điểm ở ngoài.
- Thực hành vẽ đoạn thẳng.

*Lớp 2 :*
- Giới thiệu về đường thẳng, đường gấp khúc.
- Giới thiệu về hình chữ nhật, hình tứ giác.
- Giới thiệu khái niệm ban đầu về chu vi của một hình đơn giản.
- Tính chu vi hình tam giác, hình tứ giác.

*Lớp 3 :*
- Giới thiệu về góc vuông, góc không vuông.
- Tính chu vi hình chữ nhật, hình vuông.
- Giới thiệu về tâm, bán kính và đường kính của đường tròn.
- Giới thiệu diện tích một hình.
- Tính diện tích hình chữ nhật và hình vuông.

*Lớp 4 :*
- Góc nhọn, góc tù, góc bẹt, nhận dạng góc trong các hình đã học.
- Giới thiệu hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc, song song.
- Giới thiệu về hình bình hành, hình thoi.
- Giới thiệu công thức tính diện tích hình bình hành, hình thoi.

*Lớp 5 :* • Tính diện tích hình tam giác, hình thoi, hình thang.

• Tính chu vi và diện tích hình tròn.

• Giới thiệu hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình trụ, hình cầu.

• Tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần, thể tích hình hộp chữ nhật, hình lập phương.

Sự hình thành và phát triển các khái niệm về hình học góp phần củng cố kiến thức số học, đại lượng và phép đo đại lượng, phát triển năng lực thực hành, năng lực tư duy đối với HS. Sự hình thành và phát triển các khái niệm về hình học được nâng dần từ thấp đến cao, từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, nó mang ý nghĩa chuẩn bị cho việc học hình học một cách có hệ thống ở những lớp trên.

*Lưu ý :*

Khái niệm tứ giác ra đời khi DH các yếu tố hình học theo sự phát triển (phủ định một số tính chất đặc trưng) : Hình vuông → Hình chữ nhật → Hình thang → Hình bình hành → hình thoi.

Khi áp dụng quy luật này vào DH toán cần chống phủ định sạch trơn hoặc kế thừa nguyên cái cũ.

Như vậy trong quá trình DH nói chung, DH toán nói riêng, nếu GV biết vận dụng Triết học duy vật biện chứng một cách thích hợp, sáng tạo thì ta thấy toán học có mối quan hệ chặt chẽ, biện chứng với Triết học. Từ đó HS hứng thú, tích cực và háo hức học toán hơn.

# Chương 2
# CÁC LOẠI HÌNH TƯ DUY TOÁN HỌC

## §1. TƯ DUY VÀ HOẠT ĐỘNG KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

### 1. Tư duy

Tư duy là một quá trình tâm lí liên quan chặt chẽ với ngôn ngữ – quá trình tìm tòi và sáng tạo cái chính yếu, quá trình phản ánh từng phần hay khái quát thực tế trong khi phân tích và tổng hợp nó. Tư duy sinh ra trên cơ sở hoạt động thực tiễn, từ nhận thức cảm tính và vượt xa giới hạn của nó.

Tư duy có những đặc điểm cơ bản : Tư duy là sản phẩm của bộ não con người và là một quá trình (*nảy sinh, diễn biến, kết thúc*) phản ánh tích cực thế giới khách quan ; Tư duy là quá trình phát triển năng động và sáng tạo ; Tư duy chỉ nảy sinh khi gặp những hoàn cảnh có vấn đề ; Kết quả của tư duy bao giờ cũng là một ý nghĩ và được thể hiện qua ngôn ngữ ; ... Quá trình tư duy được diễn ra bằng cách chủ thể tiến hành những thao tác trí tuệ nhất định (*phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hoá, khái quát hoá, ...*).

*Chú ý :*

– *Tư duy* dùng để chỉ những hoạt động của tinh thần, nhằm sửa đổi và cải tạo những cảm giác, đem lại nhận thức đúng đắn về sự vật : Tư duy bao giờ cũng là sự giải quyết vấn đề thông qua những tri thức đã nắm được từ trước.

– *Piaget cho rằng : Từ 0 → 2 tuổi* (trẻ chỉ sử dụng công cụ tư duy là tri giác và động tác, có khả năng biểu hiện. Đó là thời kì trí tuệ giác – động tiền ngôn ngữ) ; *Bắt đầu từ 2 tuổi* (khởi đầu cho một thời kì mới, kéo dài tới 7 → 8 tuổi, trẻ có tư duy mang chức năng tượng trưng, chuyển từ trí tuệ giác – động tiền sang trí tuệ biểu tượng) ; *Chỉ từ tuổi 7 → 8* (mới hình thành tính thuận – nghịch trong tư duy. Tới thời kì này, hình thành các hoạt động tinh thần : sự phân loại và chia loại. Trước đó, trẻ có tư duy tiền hoạt động nay bước sang thời kì hoạt động cụ thể. Nhưng các khả năng mới cũng chỉ hạn chế, vì vẫn phải bám giữ trên đối tượng cụ thể) ; *Từ 11 → 12 tuổi* (chuyển sang hoạt động hình thức hay hoạt động giả thuyết – suy diễn, không còn chỉ bám giữ vào đối tượng cụ thể, mà căn cứ vào các "giả thuyết". Thời kì tư duy hình thức phát triển tới độ mãn khai ở tuổi vị thành niên).

– *Người có tư duy tốt là* : Biết vận dụng các cứ liệu, luận chứng một cách khéo léo và nhạy bén ; Các ý kiến được tổ chức nhất quán và lôgic ; Phân biệt rõ ràng giữa những kết luận có giá trị và kết luận vô giá trị ; Rút lại kết luận khi chưa đủ cứ liệu xác đáng. Nắm được sự khác nhau giữa lí tính và cảm tính, dự kiến các kết quả có thể có và lựa chọn ; Nắm được ý tưởng mức độ thuyết phục ; Coi trọng giá trị thông tin, biết tìm kiếm thông tin, thấy được những tương đồng và khả năng tiềm ẩn ; Có khả năng và hứng thú tự học.

– *Rèn luyện tư duy thông qua môn Toán* :

+ Có thể tiến hành theo nhiều hình thức để dạy tư duy cho HS : Bằng lời nói, giao tiếp, vật thật, hình ảnh, biểu tượng, ...

+ Tư duy toán học ở cấp Tiểu học gồm nhiều lĩnh vực khác nhau : Số học, Hình học, đại lượng và đo đại lượng, thống kê mô tả và giải toán. Cụ thể : Số học (có thể cho HS giải toán bằng cách đếm ngón tay hay đồ vật, tính nhẩm hoặc bằng giấy bút, khuyến khích HS làm việc với các chữ số, ...) ; Hình học (giữa Hình học và Số học luôn có mối quan hệ qua lại, các hoạt động – nhận dạng, đo đạc, vẽ hình, cắt ghép hình, tính toán, ... sẽ rèn luyện các thao tác tư duy và trí tưởng tượng không gian. Nhờ nhận biết các biểu tượng Hình học mà HS có thể dần dần phát hiện ra một số tính chất của các hình.

*Hile Van P.H.* đưa ra *5 cấp độ tư duy của trẻ em về Hình học* :

*1*) Xem xét, phân biệt các hình trong toàn thể ;

*2*) Rút ra tính chất các hình bằng con đường thực nghiệm ;

*3*) Sắp xếp lôgic cục bộ ;

*4*) Suy diễn lôgic với không gian vật lí ;

*5*) Hệ suy diễn trừu tượng với không gian trừu tượng.

Ta thấy *giai đoạn I* – lớp 1, 2, 3 tương ứng với *cấp độ 1*, *giai đoạn II* – lớp 4, 5 tương ứng với *cấp độ 2* trong chương trình giáo dục Tiểu học ; Tương tự với đại lượng và đo đại lượng, thống kê mô tả (cũng sẽ rèn luyện tốt tư duy cho HS nhờ các hoạt động trong thực tiễn).

## 2. Hoạt động

### *2.1. Khái niệm hoạt động*

Hoạt động với tư cách là một khái niệm triết học đã có từ lâu. Nhưng nó mới trở thành một khái niệm tâm lí học từ đầu thế kỉ XX.

Có nhiều cách định nghĩa khác nhau về hoạt động, có hai cách thường dùng là :

*– Cách 1 : Hoạt động là sự tiêu hao năng lượng thần kinh và cơ bắp của con người tác động vào hiện thực khách quan, nhằm thỏa mãn những nhu cầu của mình.*

*– Cách 2 : Hoạt động là phương thức tồn tại của con người trong thế giới. Hoạt động là mối quan hệ tác động qua lại giữa con người và thế giới (khách thể) để tạo ra sản phẩm cả về phía thế giới, cả về phía con người (chủ thể).*

*Lưu ý :*

– *Hoạt động có các đặc điểm :* bao giờ cũng là hoạt động có đối tượng ; bao giờ cũng có chủ thể ; bao giờ cũng có tính mục đích ; vận hành theo nguyên tắc gián tiếp.

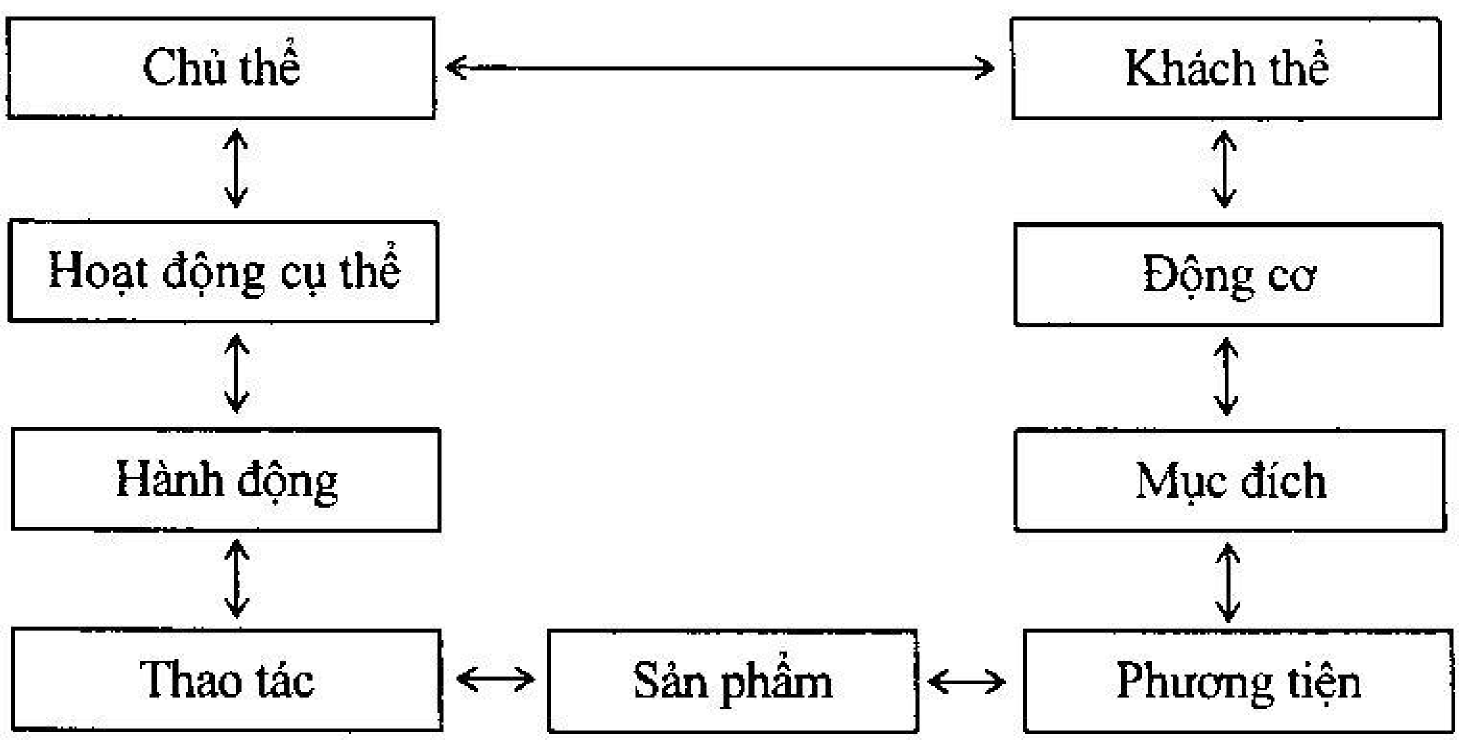
– *Các loại hoạt động :*

*Cách phân loại thứ nhất :* Xét về phương diện cá thể, có 4 loại hoạt động (vui chơi, *học tập*, lao động, xã hội).

*Cách phân loại thứ hai :* Xét về phương diện sản phẩm, có 2 loại hoạt động lớn (*thực tiễn, lí luận*).

*Cách phân loại khác :* Có 4 loại (biến đổi, *nhận thức*, định hướng giá trị, giao lưu).

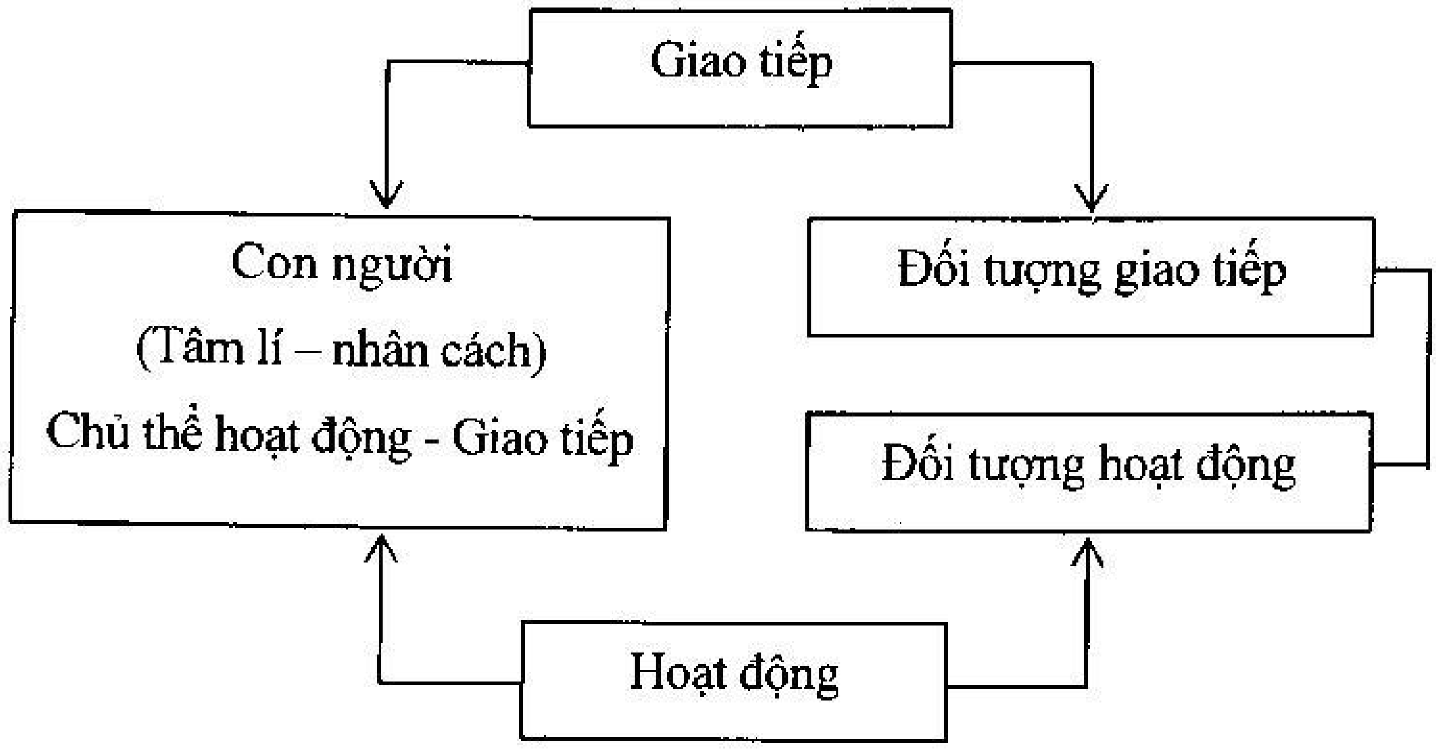
– *Cấu trúc của hoạt động :*




*Sơ đồ 1 :* Dòng hoạt động

Theo *Lêônchiev* có thể khái quát cấu trúc chung của *dòng hoạt động* như trên.

Tâm lí người là sản phẩm của hoạt động và giao tiếp : Sự hình thành và phát triển tâm lí người, được tóm tắt tổng quát bởi sơ đồ sau :




*Sơ đồ 2* : Sự hình thành và phát triển tâm lí người

### *2.2. Quan điểm hoạt động trong dạy học môn Toán*

Trong DH môn Toán, dựa vào *Sơ đồ 1* và *Sơ đồ 2* ta thấy, DH không thể tách rời hoạt động hay nói cách khác, để thực hiện được quá trình DH môn Toán thì GV và HS phải hoạt động tích cực.

Mỗi nội dung DH đều liên hệ mật thiết với những hoạt động nhất định. Đó là những hoạt động đã được tiến hành trong quá trình hình thành và vận dụng nội dung đó. Phát hiện được những hoạt động tiềm tàng trong một nội dung là vạch được một con đường để truyền thụ nội dung đó và thực hiện những mục đích DH khác, cũng đồng thời cụ thể hóa được mục đích DH nội dung đó và chỉ ra cách kiểm tra việc thực hiện những mục đích này. Điều cơ bản của PPDH là khai thác được những hoạt động tiềm tàng trong nội dung để đạt được mục tiêu DH.

Hoạt động học tập là một hoạt động có tổ chức ... hoạt động học là quá trình làm việc để tạo ra sản phẩm giáo dục ... hoạt động dạy là quá trình tổ chức cho HS hoạt động.

Hoạt động toán học : Ở nhà trường phổ thông, dạy cho HS môn Toán là dạy cho HS các *hoạt động toán học* mà cơ bản là giải toán.

### *2.3. Trình tự khi dạy học khái niệm toán học*

Trình tự DH khái niệm toán học gồm 5 hoạt động :

– *Hoạt động 1 :* Dẫn vào khái niệm (giúp HS tiếp cận khái niệm, có thể thực hiện được bằng cách thông qua một ví dụ hoặc hiện tượng có trong thực tế) ;

– *Hoạt động 2 :* Hình thành khái niệm (giúp HS có được khái niệm) ;

– *Hoạt động 3 :* Củng cố khái niệm (thông qua hai hoạt động - nhận dạng và thể hiện khái niệm) ;

+ *Nhận dạng một khái niệm* là phát hiện xem một đối tượng cho trước có thỏa mãn định nghĩa đó hay không.

+ *Thể hiện một khái niệm* là tạo một đối tượng thỏa mãn định nghĩa đó.

– *Hoạt động 4 :* Bước đầu vận dụng khái niệm khi giải bài tập toán đơn giản ;

– *Hoạt động 5 :* Vận dụng khái niệm trong giải bài tập tổng hợp.

### *2.4. Trình tự khi dạy học giải bài tập toán*

Trình tự DH giải bài tập toán gồm 4 hoạt động :

– *Hoạt động 1 :* Tìm hiểu nội dung ;

– *Hoạt động 2 :* Xây dựng chương trình giải ;

– *Hoạt động 3 :* Thực hiện chương trình giải ;

– *Hoạt động 4 :* Kiểm tra và nghiên cứu bài giải.

## 3. Đổi mới phương pháp dạy học môn Toán

Định hướng đổi mới PPDH hiện nay là tổ chức cho người học học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, sáng tạo. Định hướng này có thể gọi tắt là *học tập trong hoạt động và bằng hoạt động*.

*Chú ý :*

– *Tích cực* là một trạng thái của hoạt động trí óc hoặc chân tay của người có mong muốn hoàn thành tốt một công việc nào đó. Tính tích cực học tập là một phẩm chất, nhân cách của người học, được thể hiện ở tình cảm, ý chí quyết tâm giải quyết vấn đề mà tình huống học tập đặt ra để có tri thức mới, kĩ năng mới.

– *Về ý nghĩa của tính tích cực trong DH :* Tính tích cực học tập của HS phù hợp với nguyên tắc "*tính tự giác, tích cực*" vì nó kích thích được hoạt động học tập đã được hướng đích, gợi động cơ trong quá trình phát hiện và giải quyết vấn đề. DH theo hướng tích cực hóa hoạt động học tập của HS là biểu hiện sự thống nhất giữa giáo dưỡng và giáo dục. Tác dụng giáo dục của kiểu DH này là ở chỗ nó dạy cho HS cách khám phá, tức là rèn luyện cho HS cách phát hiện, tiếp cận và giải quyết vấn đề một cách khoa học. Đồng thời, nó góp phần bồi dưỡng cho người học những đức tính cần thiết của con người như tính chủ động, tự giác, tích cực, tính kiên trì vượt khó, thói quen tự kiểm tra ... Vận dụng quan điểm tích cực trong học tập thì người GV cần tổ chức các hoạt động nhận thức cho HS, phải tạo điều kiện để HS được học và phải học một cách tích cực.

# §2. CÁC LOẠI HÌNH TƯ DUY TOÁN HỌC

## 1. Tư duy toán học

– Tư duy toán học là hình thức biểu lộ của tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức khoa học toán học hay trong quá trình áp dụng toán học vào các khoa học khác.

– Tư duy toán học có các tính chất đặc thù được quy định bởi bản chất của khoa học toán học, bởi sự áp dụng các PP toán học để nhận thức các hiện tượng của thế giới hiện thực, cũng như bởi chính các phương thức chung của tư duy mà nó sử dụng.

– Nội dung của tư duy toán học là những tư tưởng phản ánh hình dạng không gian và những quan hệ số lượng của thế giới hiện thực.

## 2. Phân loại tư duy toán học

*Xem xét về phương diện lịch sử hình thành và phát triển tư duy* (tư duy trực quan – hành động, tư duy trực quan – hình ảnh, tư duy trừu tượng hay tư duy ngôn ngữ lôgic) ;

*Xem xét về phương diện lôgic hình thức và lôgic biện chứng* (tư duy hình thức, *tư duy biện chứng*) ;

*Xem xét về phương diện tính chất, kết quả của quá trình tư duy* (tư duy tích cực, *tư duy độc lập, tư duy sáng tạo*) ;

*Xem xét về phương diện dấu hiệu cấu trúc khác nhau của hiện thực* (tư duy hình tượng, tư duy thực hành, tư duy khoa học, *tư duy lôgic*, tư duy khái quát) ;

*Xem xét về phương diện các dấu hiệu đặc thù của đối tượng tư duy* (*tư duy hàm, tư duy thuật giải*, tư duy ngữ nghĩa, tư duy cú pháp, ...).

Trong chương 3, chúng ta sẽ đi sâu nghiên cứu một số loại hình tư duy toán học như : tư duy lôgic, tư duy sáng tạo, tư duy độc lập, tư duy thuật giải, tư duy hàm và tư duy biện chứng.

## 3. Một số loại hình tư duy toán học

Tư duy lôgic ; Tư duy sáng tạo ; Tư duy độc lập ; Tư duy thuật giải ; Tư duy hàm ; Tư duy biện chứng ; ...

## 4. Một số thao tác của tư duy toán học

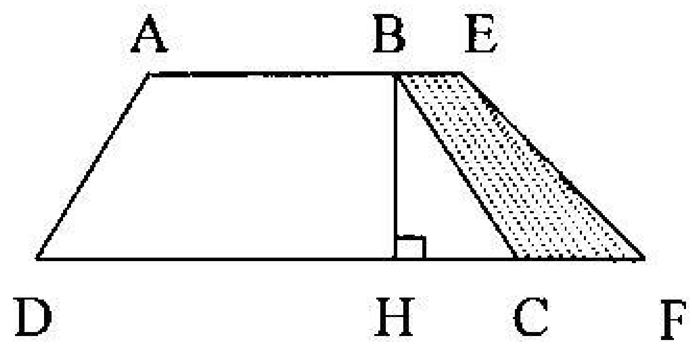
Phân tích ; Tổng hợp ; So sánh ; Khái quát hóa ; Đặc biệt hóa ; Tương tự hóa ; ... là những thao tác cơ bản của tư duy.

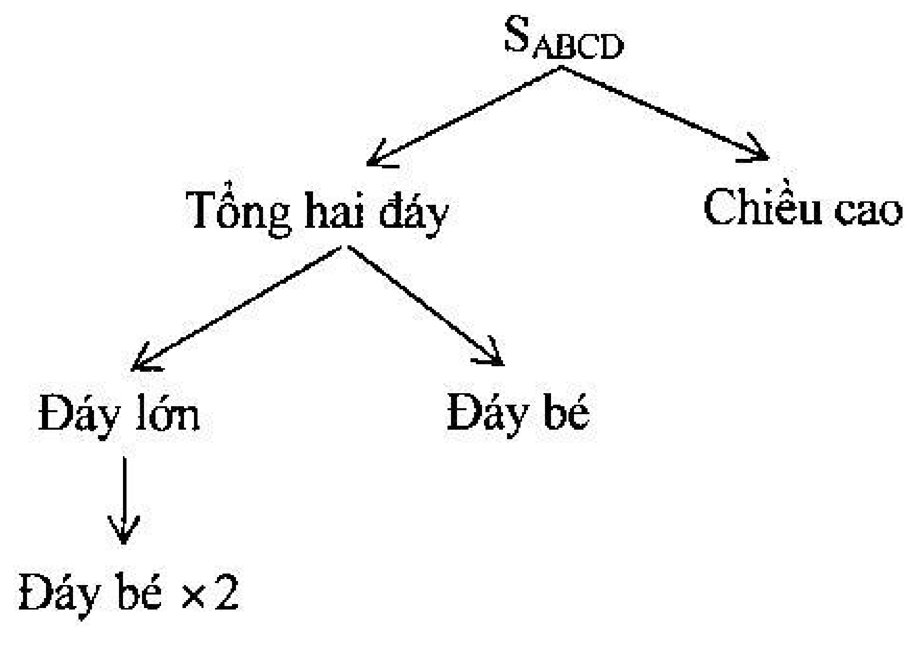
*Lưu ý :*

– Trong khi DH môn Toán, các thao tác thường đi kèm với nhau (thao tác *phân tích* và *tổng hợp* ; thao tác *khái quát hóa* và *đặc biệt hóa* ; ...).

*Ví dụ 1 :* Cho hình thang ABCD có đáy bé 40 m, đáy lớn gấp đôi đáy bé. Nếu tăng đáy lớn 20 m, tăng đáy bé 10 m thì diện tích tăng lên 510 $m^2$. Tính diện tích hình thang ban đầu.

*Hướng dẫn :* Dùng cách phân tích để tìm lời giải bài toán này như sau : Để tính diện tích hình thang ban đầu cần phải tính được chiều cao BH và đáy lớn DC của nó. Nhận thấy DC tính được (vì DC gấp đôi AB theo đề bài đã cho).

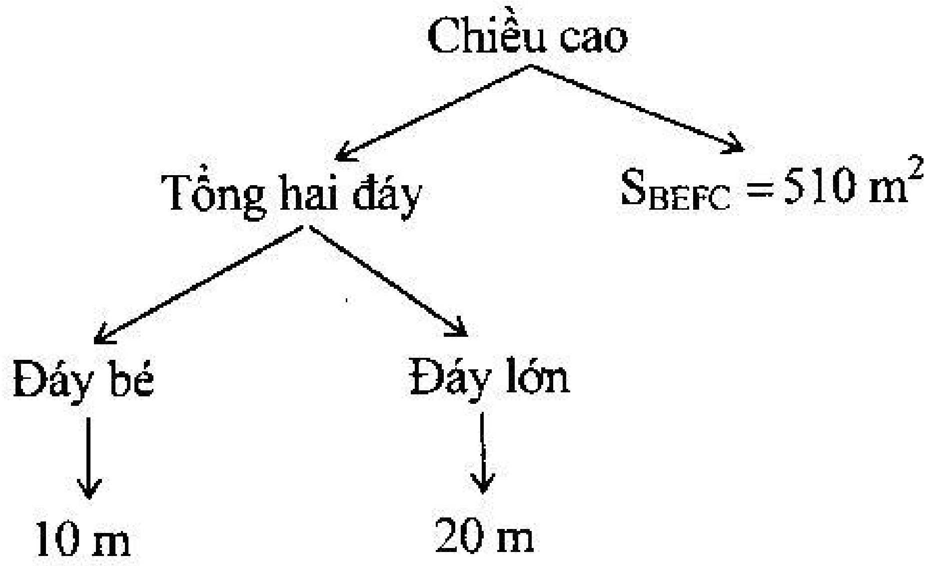


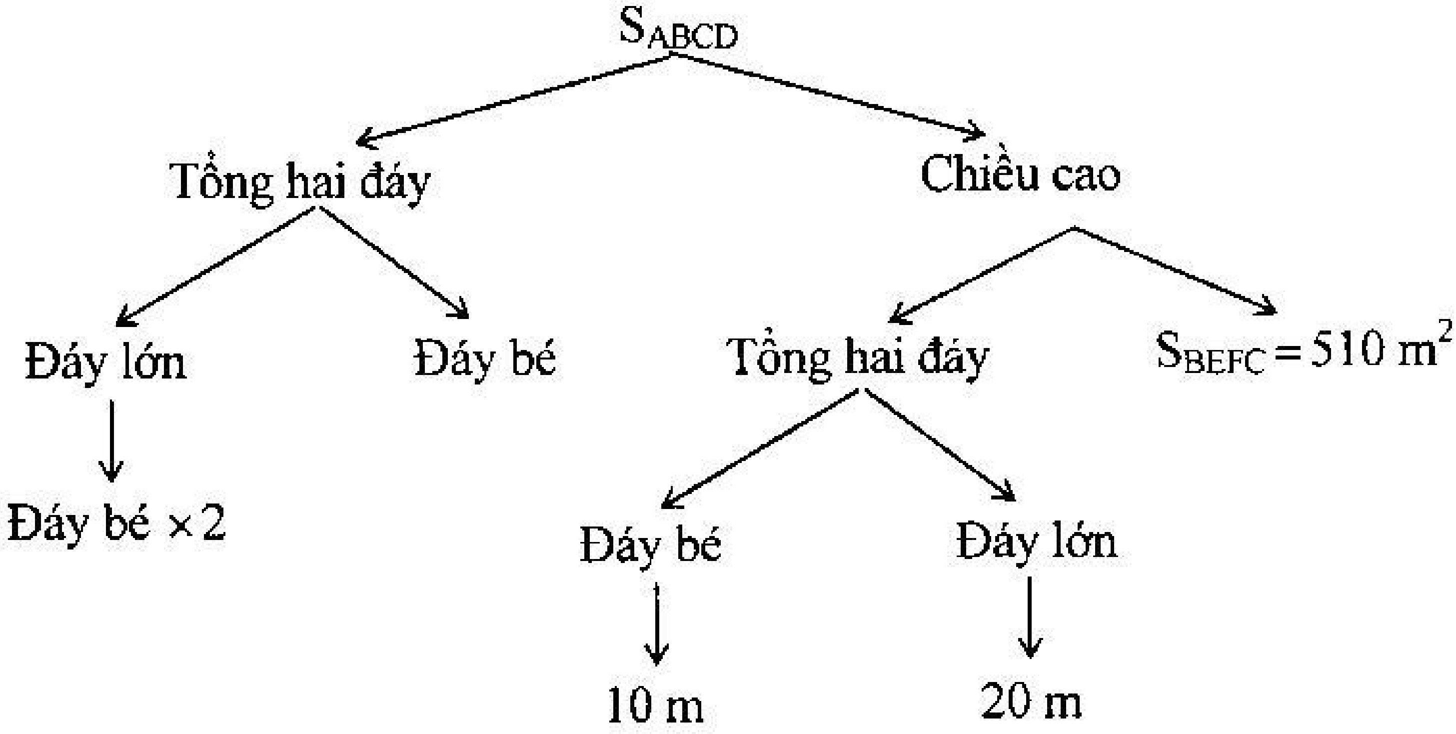

Ta thấy, từ giả thiết cho tăng đáy lớn lên 20 m, tăng đáy bé 10 m, thì diện tích tăng 510 $m^2$, điều này nói lên rằng :

Một hình thang có đáy là 10 m và 20 m, chiều cao bằng chiều cao ban đầu thì có diện tích là 510 $m^2$.

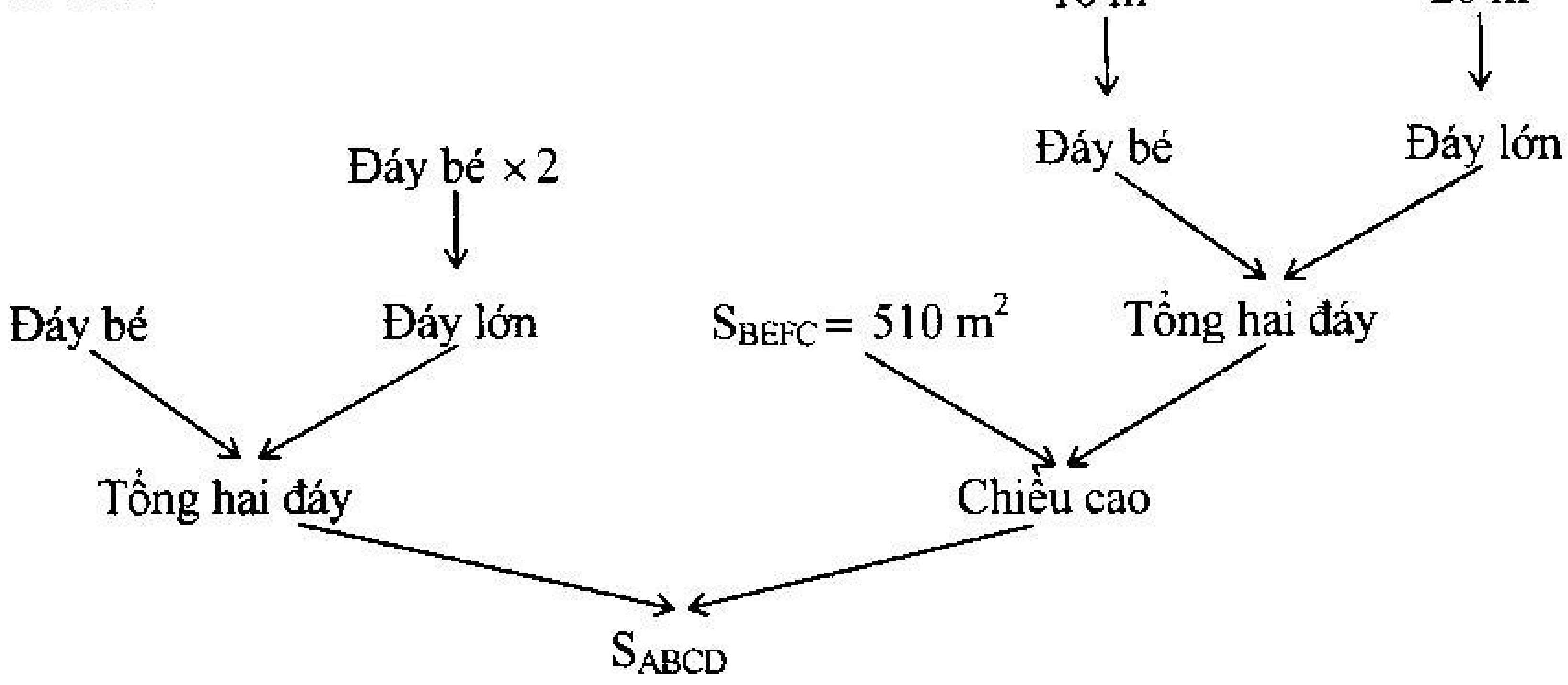
Ta tính được chiều cao BH.




Có thể biểu thị quá trình *phân tích* bằng sơ đồ tổng quát sau :




Với hướng phân tính trên ta có thể tổng hợp lại như sau : Bài toán cho đáy bé 40 m, đáy lớn gấp đôi đáy bé, suy ra đáy lớn bằng 2 × 40 m. Biết được đáy lớn, đáy bé và diện tích hình thang BEFC ta sẽ tính được chiều cao. Từ đó ta tính được diện tích hình thang ABCD. Có thể biểu thị quá trình suy luận *tổng hợp* trên bằng sơ đồ sau :



*Lời giải :*

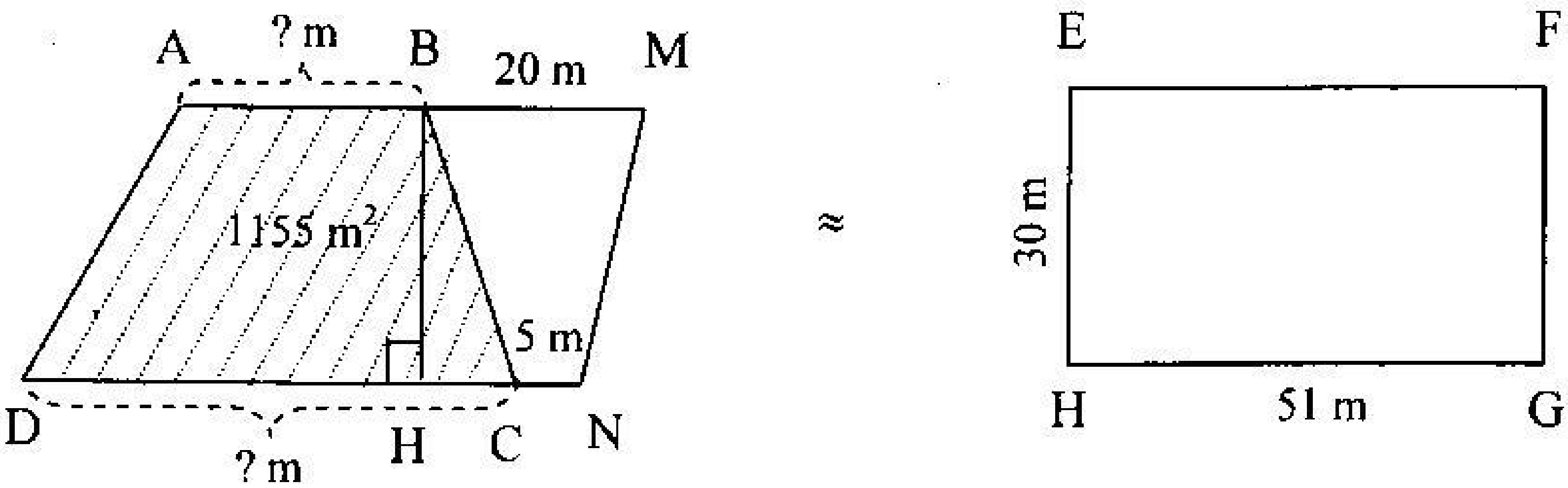
Đáy lớn của hình thang ABCD là : $40 \times 2 = 80$ (m)

Chiều cao hình thang BEFC là : $2 \times 510 : (10 + 20) = 34$ (m)

Diện tích hình thang ban đầu là : $(40 + 80) \times 34 : 2 = 2\ 040$ ($m^2$)

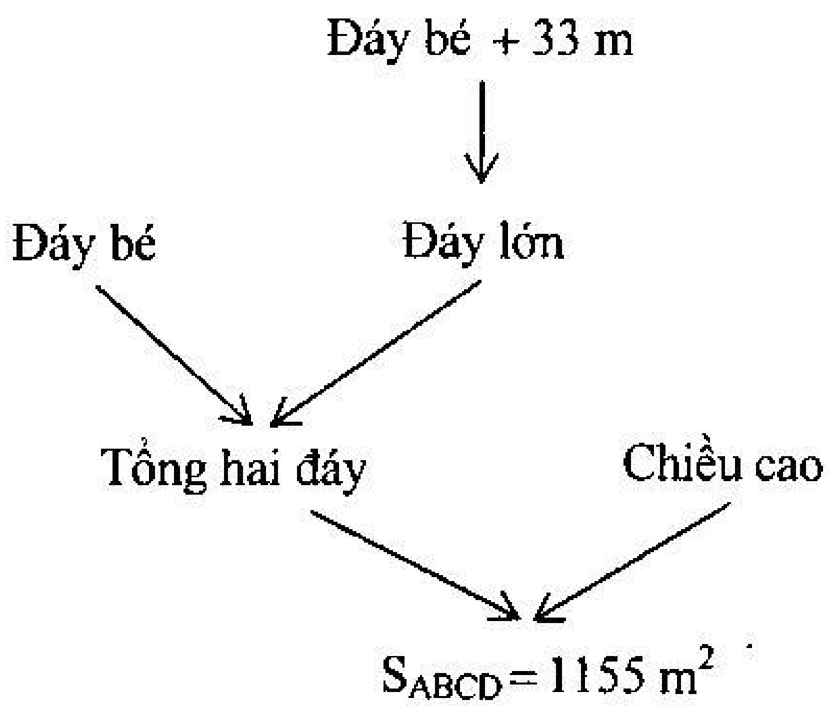
*Ví dụ 2 :* Cho hình thang ABCD có diện tích bằng 1155 $m^2$, đáy bé kém đáy lớn 33 m. Kéo dài đáy bé thêm 20 m và đáy lớn thêm 5 m về cùng một phía được hình thang mới có diện tích bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 51 m. Hãy tính đáy lớn và đáy bé của hình thang ABCD.

*Tóm tắt :*

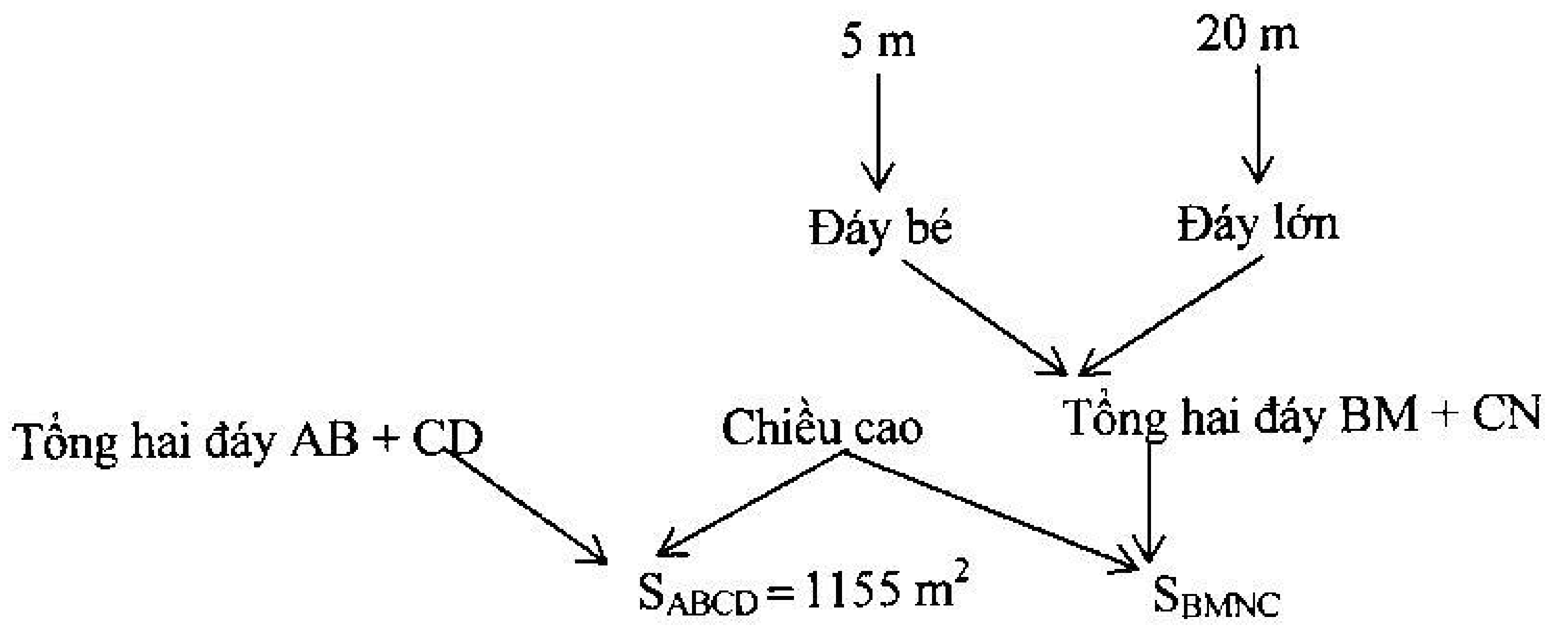



*Hướng dẫn :* Dùng cách phân tích ta tìm lời giải bài toán này như sau :

Muốn tìm đáy lớn và đáy bé của hình thang ABCD cần phải tính được tổng hai đáy. Để tính tổng 2 đáy khi biết diện tích, ta cần tính chiều cao BH (với $S_{ABCD} = 1155$ $m^2$, đáy lớn = đáy bé + 33).



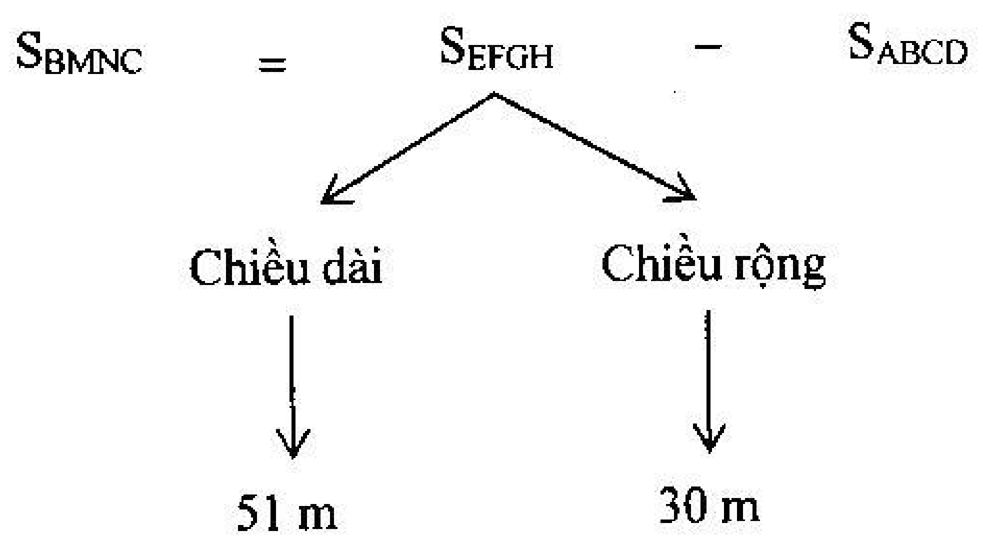

Để tính được đường cao từ giả thiết ta thấy, nếu kéo dài đáy lớn 5 m, đáy bé 20 m về cùng phía, thì ta có : Một hình thang BMNC có hai đáy là 5 m và 20 m, chiều cao bằng chiều cao ban đầu.




Diện tích hình thang mới bằng diện tích của một hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 51 m.

Điều này nghĩa là : Diện tích hình thang BMNC cộng diện tích hình thang ABCD bằng diện tích hình chữ nhật EFGH hay $S_{EFGH} = S_{BMNC} + S_{ABCD}$.

Từ đó ta suy ra : $S_{BMNC} = S_{EFGH} - S_{ABCD}$.

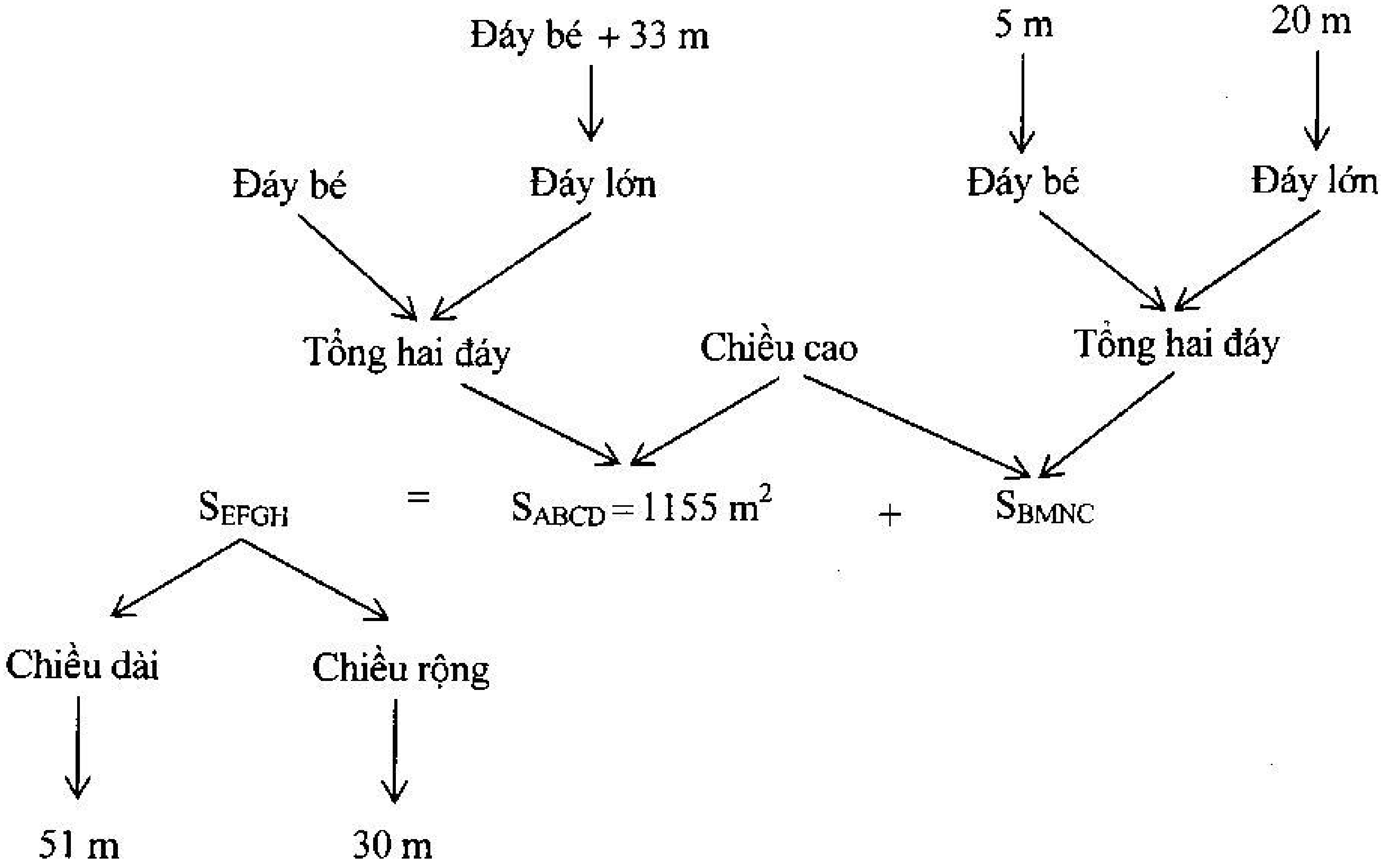



Với $S_{BMNC}$ là diện tích hình thang BMNC (đáy lớn 20 m, đáy bé 5 m) ;

$S_{EFGH}$ là diện tích hình chữ nhật EFGH (chiều dài 51 m, chiều rộng 30 m) ;

$S_{ABCD}$ là diện tích hình thang ABCD ($S_{ABCD} = 1155\ m^2$).

Có thể biểu thị quá trình *phân tích* bằng sơ đồ tổng quát sau :




Với hướng phân tích trên ta có thể tổng hợp như sau :

Bài toán cho hình chữ nhật có chiều dài 51 m và chiều rộng 30 m, suy ra diện tích hình chữ nhật bằng $51 \times 30$ ($m^2$).

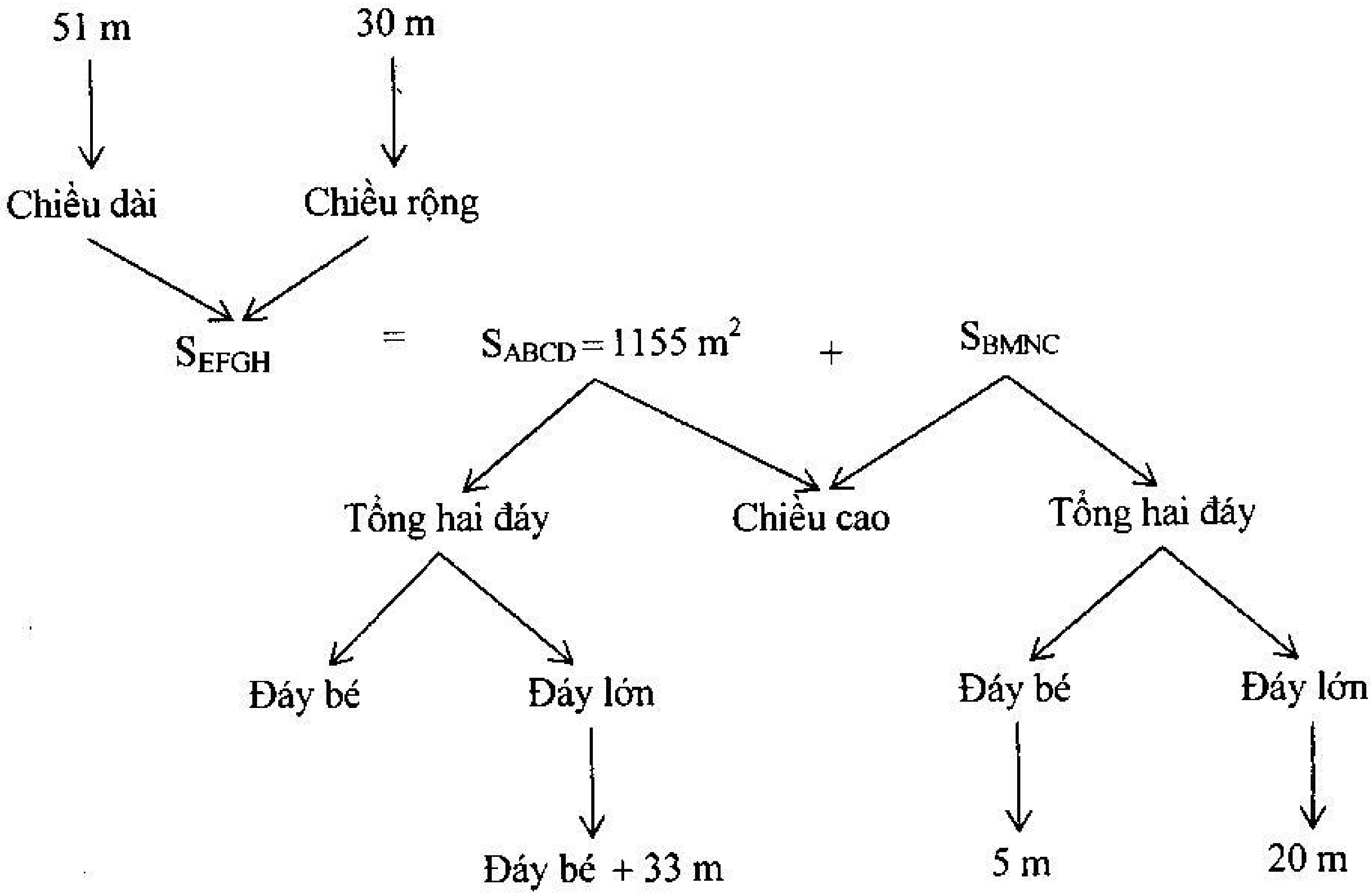
Biết diện tích hình chữ nhật chính là biết được diện tích hình thang mới AMND, sẽ giúp ta tính được diện tích hình thang BMNC.

Biết diện tích hình thang BMNC sẽ suy ra được chiều cao.

Biết diện tích hình thang ABCD và chiều cao tính được ở trên ta sẽ tìm được tổng hai đáy của hình thang ABCD.

Biết đáy lớn hơn đáy bé là 33 m và tổng hai đáy. Từ đó, suy ra được đáy bé và đáy lớn của hình thang ABCD bằng công thức tìm hai số khi biết tổng và hiệu.

Có thể biểu thị quá trình suy luận *tổng hợp* trên bằng sơ đồ sau :




*Lời giải :* Diện tích hình chữ nhật là : $51 \times 30 = 1530$ ($m^2$)

Diện tích hình thang BMNC là : $1530 - 1155 = 375$ ($m^2$)

Chiều cao hình thang BMNC là : $(375 \times 2) : (20 + 5) = 30$ (m)

(*cũng là chiều cao hình thang ABCD*)

Tổng hai đáy của hình thang ABCD là : $(1155 \times 2) : 30 = 77$ (m)

Đáy lớn của hình thang ABCD là : $(77 + 33) : 2 = 55$ (m)

Đáy bé của hình thang ABCD là : $(77 - 33) : 2 = 22$ (m).

*Nhận xét :* Kết hợp PP phân tích và PP tổng hợp sẽ giúp HS hiểu và trình bày lời giải một cách tự nhiên hơn. Hai PP này có mối liên hệ chặt chẽ với nhau (phân tích để tìm đường lối giải còn tổng hợp để trình bày bài giải).

Trong sách giáo khoa Toán phần lớn đều trình bày một cách ngắn gọn bằng phép tổng hợp. Điều này gây khó khăn cho HS trong khi học, vì để hiểu rõ do đâu có cách trình bày (*bằng PP tổng hợp*) thì phải qua phân tích (*bằng PP phân tích*). Cũng chính vì lí do này, HS trong khi tự học thường gặp khó khăn. Do đó khi giảng dạy, GV cần hướng dẫn HS tìm đường lối giải bằng PP phân tích và sau đó trình bày bài giải bằng PP tổng hợp.

– Trong quá trình DH môn Toán, ngoài việc sử dụng thường xuyên, liên tục các thao tác tư duy trên thì các phép suy luận toán học cũng luôn được sử dụng (suy luận suy diễn ; suy luận quy nạp – hoàn toàn, không hoàn toàn, ...).

*Chẳng hạn :*

+ *Suy luận quy nạp không hoàn toàn :* là suy luận đi từ cái riêng đến cái chung. GV thường sử dụng PP này để hình thành các khái niệm cho HS.

*Ví dụ 1 :*

a) Dựa vào một số trường hợp riêng như $3:0,5=6$ ; $4:0,5=8$ ; $7:0,5=14$ ; $9:0,5=18$ ; $12:0,5=24$, GV có thể hướng dẫn HS nhận xét "*thương gấp đôi số bị chia*".

Quy tắc chung : "*Muốn chia một số cho 0,5 ta chỉ cần gấp đôi số đó*". Như thế là ta đã dùng phép quy nạp không hoàn toàn để dạy cho học HS "*Quy tắc chia nhẩm một số cho 0,5*".

b) Trong sách giáo khoa Toán 4 trình bày, từ các trường hợp riêng :

$63:3=21$, ta có : $6+3=9$ mà $9:3=3$.

$123:3=41$, ta có : $1+2+3=6$ mà $6:3=2$.

$91:3=30$ (dư 1), ta có : $9+1=10$ mà $10:3=3$ (dư 1).

$125:3=41$ (dư 2), ta có : $1+2+5=8$ mà $8:3=2$ (dư 2).

Ta rút ra quy tắc : "*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3. Các số có tổng các chữ số không chia hết cho 3 thì không chia hết cho 3*".

+ *Suy luận suy diễn :* là suy luận đi từ cái chung đến cái riêng. GV thường sử dụng PP này để hướng dẫn HS vận dụng các quy tắc đã biết vào việc giải các bài tập.

*Ví dụ 2 :* Sau khi rút ra được quy tắc chung về dấu hiệu chia hết cho 3 "*Một số chia hết cho 3 khi tổng các chữ số của nó chia hết cho 3*". Từ đó xét xem các số 231 ; 109 ; 1 872 ; 8 225 ; 92 313 có chia hết cho 3 hay không.

Ta nhận thấy :

Vì $2+3+1=6$ ; 6 chia hết cho 3 nên 231 chia hết cho 3 ;

$1+0+9=10$ ; 10 không chia hết cho 3 nên 109 không chia hết cho 3 ;

$1+8+7+2=18$ ; 18 chia hết cho 3 nên 1872 chia hết cho 3 ;

$8+2+2+5=17$ ; 17 không chia hết cho 3 nên 8225 không chia hết cho 3 ;

$9+2+3+1+3=18$ ; 18 chia hết cho 3. Nên 92 313 chia hết cho 3.

**5. Những căn cứ, định hướng để rèn luyện tư duy cho học sinh khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học**

***5.1. Những căn cứ để rèn luyện tư duy cho học sinh khi dạy học môn Toán***

– Căn cứ vào đặc điểm của môn Toán : Toán học mang tính trừu tượng, tính lôgic hệ thống, tính thực tiễn.

– Căn cứ vào nhu cầu của thực tiễn : Khi DH các kiến thức toán học, GV nên dẫn dắt cho HS hiểu rõ "nguồn gốc thực tiễn và nhu cầu thực tiễn" các kiến thức toán học đó.

– Căn cứ vào mối quan hệ biện chứng của môn Toán với các môn học khác.

– Căn cứ vào thành tựu nghiên cứu về tư duy của Tâm lí học, Giáo dục học hiện đại.

***5.2. Những định hướng để rèn luyện tư duy cho học sinh khi dạy học môn Toán***

– Rèn luyện tư duy trước hết phải đáp ứng được mục tiêu của việc dạy, học môn Toán ở trường Tiểu học : đó là giúp HS hình thành những cơ sở ban đầu cho sự phát triển về đạo đức, trí tuệ, thể chất, thẩm mĩ và các kĩ năng cơ bản, nhằm chuẩn bị cho HS tiếp tục học Trung học cơ sở.

– Khai thác chương trình và sách giáo khoa hiện hành để rèn luyện tư duy : DH theo hướng rèn luyện tư duy phải đảm bảo sự tôn trọng, kế thừa và phát triển một cách tối ưu chương trình và sách giáo khoa hiện hành.

– Rèn luyện tư duy dựa trên định hướng đổi mới PPDH hiện nay : GV phải biết hướng dẫn, tổ chức cho HS tự mình khám phá kiến thức mới, dạy cho HS không chỉ kiến thức mà cả PP học, trong đó cốt lõi là PP tự học.

– Rèn tư duy cần chú trọng tới việc rèn luyện, bồi dưỡng cách thức tìm tòi và vận dụng kiến thức toán học cho HS : Toán học có tính thống nhất cao, có tính đa dạng. Vì vậy cùng với hệ thống khái niệm, HS cần được rèn luyện, bồi dưỡng cách thức tìm tòi và vận dụng kiến thức một cách linh hoạt vào đời sống.

# Chương 3
# RÈN LUYỆN TƯ DUY CHO HỌC SINH KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

## §1. RÈN LUYỆN TƯ DUY LÔGIC

### 1. Tư duy lôgic

Là dạng tư duy được đặc trưng bởi năng lực rút ra kết luận từ các tiền đề đã cho, năng lực phân hoạch ra các trường hợp riêng để khảo sát đầy đủ một sự kiện, năng lực dự đoán các kết quả cụ thể của lí thuyết, khái quát hoá các kết luận nhận được.

*Chú ý :*

– Tư duy lôgic có thể hiểu là tư duy thay thế các hoạt động với các sự vật có thực bằng sự vận dụng khái niệm theo quy tắc của Lôgic học.

– Tư duy lôgic là tư duy chính xác theo các quy luật và hình thức, không phạm phải sai lầm trong lập luận, biết phát hiện ra những mâu thuẫn.

– Trong giảng dạy tính toán, tư duy lôgic biểu lộ và phát triển ở HS, trước hết trong quá trình rút ra các kết luận toán học khác nhau : Quy nạp (quy nạp hoàn toàn) và suy diễn, trong quá trình chứng minh, trong quá trình lập luận giải các bài toán.

### 2. Các đặc trưng của tư duy lôgic

#### *2.1. Tính dự đoán*

Là đoán trước điều, sự việc sẽ xảy ra. Tính dự đoán của tư duy trong toán học là khả năng đoán trước các bước, hướng giải quyết khi đứng trước một vấn đề nào đó, đoán trước được kết quả, cách chứng minh khi đứng trước một bài toán nào đó.

*Chú ý :* Dự đoán phải có cơ sở (dựa vào quy tắc, tiên đề, ...).

#### *2.2. Tính khái quát*

Là tóm lược, quy vào những điểm chung nhất của nhiều sự vật, hiện tượng.

Khái quát hóa là dùng trí óc tách cái chung trong các đối tượng, hiện tượng hoặc sự kiện. Muốn khái quát hóa phải so sánh nhiều đối tượng với nhau để rút ra cái chung, cũng có khi chỉ từ một đối tượng, ta cũng có thể khái quát một tính chất, một PP.

*Chú ý :* Khái quát hóa thường đi cùng với đặc biệt hóa, chúng là hai quá trình hoạt động trí tuệ trái ngược nhau. Nếu khái quát hóa là chuyển một khái niệm, một tính chất từ một tập hợp các đối tượng sang một tập hợp lớn hơn chứa tập hợp ban đầu thì ngược lại đặc biệt hóa là chuyển một khái niệm, một tính chất từ một tập hợp sang một tập hợp con của nó.

***2.3. Tính lôgic***

– *Chính xác, chặt chẽ :* Chính xác là đúng, đích thực ; Chặt chẽ là vững, không bài bác được. Tính chính xác, chặt chẽ của tư duy trong toán học là khả năng giải quyết vấn đề, giải bài toán đúng, vững, không thể bài bác được nhờ có cơ sở lí luận chặt chẽ. Điều này sẽ giúp HS tránh được sự sai lầm, thiếu chính xác, thiếu cơ sở lí luận khi giải quyết vấn đề, khi giải toán.

– *Gọn gàng, sáng sủa :* Tính gọn gàng, sáng sủa của tư duy trong toán học là khả năng giải quyết vấn đề, giải bài toán ngắn mà rõ ràng, không rườm rà, không dài dòng. Tính gọn gàng, sáng sủa thể hiện ở cách trình bày gọn, đủ, nhưng không sai.

***2.4. Tính hoàn chỉnh***

Toán học mang tính hệ thống, được trình bày hoàn chỉnh nên tư duy trong toán học phải hoàn chỉnh. Khi xem xét đối tượng, cần phải xem xét một cách đầy đủ trong tất cả các mặt, các mối quan hệ giữa chúng. Như vậy, ta có thể tránh được những sai lầm của cách xem xét phiến diện, một chiều.

Khi giải toán, chúng ta cần phải xem xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra, không để bỏ sót trường hợp nào.

**3. Rèn luyện tư duy lôgic cho học sinh khi dạy học môn Toán**

***3.1. Rèn luyện cho học sinh khả năng diễn đạt khái niệm theo các cách khác nhau***

Bằng việc khuyến khích HS diễn đạt một khái niệm theo nhiều cách khác nhau có thể góp phần phát triển cho HS một số năng lực như : Suy luận, phân tích, tổng hợp, so sánh, sử dụng ngôn ngữ, ... Mặt khác, khi giải toán HS có thể tránh khỏi những khó khăn khi *phát hiện* và *giải quyết vấn đề.*

*Ví dụ :* Khi DH về *số chẵn, số lẻ*. "*Số chia hết cho 2 là số chẵn*"; "*Số không chia hết cho 2 là số lẻ*". GV hướng dẫn HS diễn đạt cách khác :

– Số chia hết cho 2 là số như thế nào ? (Các số có chữ số tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 thì chia hết cho 2).

– Em có cách nói khác về số chẵn không ? Số chẵn là số như thế nào ? (*Số chẵn là số có chữ số tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8*).

Tương tự, đối với số lẻ. HS sẽ tự mình tìm ra cách diễn đạt khác như sau : *Các số có chữ số tận cùng là 1 ; 3 ; 5 ; 7; 9 được gọi là số lẻ.*

Như vậy, nhờ diễn đạt định nghĩa khác nhau, HS có thể nhìn vấn đề theo *hình thức khác nhau* nhưng *cùng một nội dung*, từ đó HS vận dụng vào việc giải bài toán. Qua đó góp phần phát triển đặc trưng *khái quát* của tư duy lôgic cho HS.

***3.2. Rèn luyện cho học sinh khả năng suy diễn trong quá trình giải bài tập***

Ở Tiểu học, GV thường sử dụng PP suy diễn để hướng dẫn HS vận dụng các quy tắc đã biết vào việc giải toán.

*Ví dụ 1 :* Sau khi đã rút ra *quy tắc về dấu hiệu chia hết cho 3* : "*Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3*". HS áp dụng làm bài tập trong sách giáo khoa. Trong các số sau : 231 ; 109 ; 1 872 ; 8 225 ; 92 313, số nào chia hết cho 3 ? HS tiến hành suy diễn như sau : 2 + 3 + 1 = 6, số 6 chia hết cho 3 nên số 231 chia hết cho 3 ; 1 + 0 + 9 = 10, số 10 không chia hết cho 3 nên số 109 không chia hết cho 3 ; 1 + 8 + 7 + 2 = 18, số 18 chia hết cho 3 nên số 1872 chia hết cho 3 ; 8 + 2 + 2 + 5 = 17, số 17 không chia hết cho 3 nên số 8 225 không chia hết cho 3 ; 9 + 2 + 3 + 1 + 3 = 18, số 18 chia hết cho 3 nên số 92 313 chia hết cho 3.

Từ đó, HS kết luận các số chia hết cho 3 là : 231 ; 1872 ; 92 313.

*Ví dụ 2 :* Sau khi học xong *quy tắc* về *tìm số bị chia* : "*Muốn tìm số bị chia, ta lấy thương nhân với số chia*". *Chẳng hạn :* Tìm x, biết x : 2 = 12. Ta có, x là số bị chia ; 2 là số chia ; 12 là thương. HS suy diễn như sau : x bằng 12 nhân với 2. Ta có kết quả : x = 12 × 2 = 24.

Từ các ví dụ trên ta thấy, khi HS đã biết tiến hành suy diễn trong quá trình giải toán, HS sẽ đưa ra kết luận chính xác. Qua đó góp phần rèn luyện tính *chính xác, chặt chẽ* của tư duy lôgic cho HS.

*Lưu ý :* Nhờ suy diễn, HS dễ dàng rút ra quy luật khái quát của bài toán. Chẳng hạn, xét bài toán : Viết tiếp 3 số hạng vào dãy số sau :

a) 1, 4, 5, 9, 14, … b) 2, 4, 12, 48, 240, …

*Lời giải :*

a) Ta nhận thấy : 1 + 4 = 5 ; 4 + 5 = 9 ; 5 + 9 = 14 ; ... Từ cách suy diễn như trên, ta rút ra quy luật của dãy số là : *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ ba) bằng tổng hai số hạng đứng trước nó*. Vậy 3 số hạng tiếp theo của dãy số là : 23, 37, 60, ... (9 + 14 = 23 ; 14 + 23 = 37 ; 23 + 37 = 60 ; ... ).

b) Ta suy luận như sau : 2 × 2 = 4 ; 4 × 3 = 12 ; 12 × 4 = 48 ; 48 × 5 = 240 ; ... Từ đó ta rút ra quy luật của dãy số là : *Mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng trước nó nhân với số thứ tự của số hạng ấy*. Kết quả số hạng tiếp theo của dãy số là : 1440, 10 080, 80 640, ...

Để giải được bài tập trên, HS vừa phải tiến hành suy luận suy diễn vừa phải suy luận quy nạp. Hai quá trình này luôn đi đôi với nhau, đi từ các trường hợp riêng của từng số trong dãy số để rút ra quy luật chung cho cả dãy. Qua đó góp phần phát triển tính khái quát hóa của tư duy lôgic cho HS.

### *3.3. Rèn luyện cho học sinh khả năng kết hợp hữu cơ giữa dự đoán và suy diễn trong quá trình giải toán*

Nếu nhìn toán học trong quá trình hình thành và phát triển, trong quá trình tìm tòi và phát minh thì trong PP của nó có tìm tòi, dự đoán, vẫn có thực nghiệm và quy nạp.

Toán học mang tính hoàn chỉnh, được trình bày hoàn chỉnh nên phải dự đoán về kết quả trước khi tìm ra nó. Phải dự đoán ý của lời giải trước khi tiến hành giải chi tiết. Như vậy, DH toán phải dự đoán, cho suy luận có lí.

Nếu có thói quen mò mẫm, dự đoán thì HS sẽ biết thử một số trường hợp, từ đó hình thành nên một điều dự đoán, mà điều dự đoán ấy sẽ làm cơ sở cho việc tìm ra lời giải.

*Ví dụ 1 :* Không làm tính, hãy xét xem kết quả sau đây đúng hay sai ? Giải thích tại sao ?

a) $136 \times 136 - 42 = 1960$ b) $\overline{ab} \times \overline{ab} - 8557 = 0$

*Lời giải :*

a) Kết quả sai. Vì tích của $136 \times 136$ có tận cùng bằng 6 mà số trừ có tận cùng là 2 nên hiệu không thể có tận cùng bằng 0.

b) Kết quả sai. Vì tích của một số tự nhiên nhân với chính nó chỉ có thể tận cùng là một trong những chữ số 0 ; 1 ; 4 ; 5 ; 6 hoặc 9.

Khi không thực hiện phép tính, để có thể đưa ra câu trả lời đúng hay sai thì HS phải tiến hành dự đoán kết quả và việc dự đoán đó sẽ được chứng thực khi HS trả lời được câu hỏi "*Tại sao ?*". Như vậy, cùng với dự đoán, HS sẽ tiến hành đồng thời việc suy diễn.

*Ví dụ 2 :* Có mấy số gồm hai chữ số mà mỗi số có tổng hai chữ số bằng 5 ?

*Lời giải :* HS ghi ngay được năm số, đó là : 50 ; 41 ; 32 ; 23 ; 14.

Ta cũng có thể đặt các bài toán tương tự như trên, liệt kê tất cả các số gồm hai chữ số a, b mà a + b = 1, 2, 3, … , 17, 18.

Nếu a + b = 1 thì ta có một số là : 10 ;

a + b = 2 thì ta có hai số là : 20 ; 11 ;

a + b = 3 thì ta có ba số là : 30 ; 12 ; 21 ;

a + b = 4 thì ta có bốn số là : 40 ; 31 ; 22 ; 13 ;

a + b = 5 thì ta có năm số là : 50 ; 41; 32 ; 23 ; 14.

Đến đây, ta có thể dự đoán :

Nếu a + b = 6 thì ta có sáu số ;

a + b = 7 thì ta có bảy số ;

a + b = 8 thì ta có tám số ;

a + b = 9 thì ta có chín số.

Như vậy, nếu a + b = 1, 2, 3, … , 8, 9 thì tương ứng ta có số các số $\overline{ab}$ là : 1, 2, 3, … , 8, 9 số.

Nếu a + b = 10 thì ta có chín số là : 91; 82 ; 73 ; 64 ; 55 ; 46 ; 37 ; 28 ; 19 ;

a + b = 11 thì ta có tám số là : 92 ; 83 ; 74 ; 65 ; 56 ; 47 ; 38 ; 29 ;

a + b = 12 thì ta có bảy số là : 93 ; 84 ; 75 ; 66 ; 57 ; 48 ; 39 ;

…

a + b = 17 thì ta có hai số là : 98 ; 89 ;

a + b = 18 thì có một số là : 99.

Chính vì sự tương tự như thế, chúng ta đã tìm ra quy luật.

Nhờ có sự tìm tòi, mò mẫm, dự đoán mà giúp cho HS giải quyết vấn đề (giải bài toán) một cách hoàn chỉnh. Qua đó, HS có thể rút ra quy tắc, quy luật chung cho vấn đề đó, góp phần phát triển đặc trưng *khái quát hóa* của tư duy lôgic.

Do bản chất của dự đoán kết quả không đáng tin cậy nên cần làm cho HS hiểu rằng dự đoán không thể thay thế cho chứng minh, cần làm cho HS ý thức được: để có một lời giải hoàn chỉnh, sau bước dự đoán còn cần phải tiến hành chứng minh.

*Lưu ý* : Đối với những bài tập có dạng trắc nghiệm, sau khi HS giải xong GV cần đưa ra câu hỏi "*Tại sao* ?", "*Hãy giải thích* ?" hoặc "*Hãy chứng minh* ?". Có như vậy, GV mới biết được khả năng tiếp thu bài của HS, kịp thời khắc phục những sai lầm mà HS có thể mắc phải khi giải toán.

*Ví dụ* : Cho dãy số 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14. Các câu sau đây là "Đúng" hay "Sai" :

a) Dãy số trên có 14 số.

b) Số thứ tư trong dãy là số 8.

c) Số 2 là số thứ nhất trong dãy.

*Trả lời* : a) Sai b) Đúng c) Đúng.

Sau khi HS trả lời, GV nên hỏi thêm "*Vì sao em cho là đúng* ?" hoặc "*Vì sao em cho là sai* ?". Vì nếu GV không hỏi thì có thể có một số HS chưa nắm được bài cũng sẽ trả lời theo kiểu "*Đoán bừa*", "*Đoán chừng*", ... Khi làm bài tập ở ví dụ trên, HS giải sai có thể do một số nguyên nhân sau : HS đọc chưa kĩ đề thì liền vội vàng trả lời ngay ; HS còn nhầm lẫn giữa số thứ tự với chữ số ; HS tưởng đúng một cách vô thức vì chưa nắm rõ kiến thức về dãy số ; ...

Như vậy, từ những nguyên nhân trên, GV sẽ đưa ra những biện pháp khắc phục cho phù hợp. Chẳng hạn : Yêu cầu HS đọc kĩ đề trước khi làm ; Giúp HS phân biệt giữa số thứ tự và chữ số, giữa số và chữ số, giữa số thứ tự và số ; Nhắc lại kiến thức về dãy số cho HS hoặc cho HS học lại ; ... Biện pháp này nhằm góp phần phát triển đặc trưng thứ nhất của tư duy lôgic cho HS, đó chính là tính dự đoán trong toán học. Có dự đoán, có sự tìm tòi, mò mẫm, HS sẽ tìm ra cho mình hướng giải quyết tốt nhất, đồng thời sẽ góp phần phát triển tư duy sáng tạo của HS.

### *3.4. Phân chia các trường hợp trong quá trình giải toán*

Toán học mang tính hoàn chỉnh. Khi DH, chúng ta cần xem xét tất cả các trường hợp có thể xảy ra của bài toán, không để bỏ sót trường hợp nào. Vì đôi khi có những bài toán với nhiều đáp số khác nhau nhưng vẫn thỏa mãn yêu cầu đề bài. GV cần giúp HS nhìn bài toán từ nhiều góc độ để từ đó HS có thể giải một cách đầy đủ, hoàn chỉnh. Qua đó, góp phần rèn luyện năng lực phân chia các trường hợp riêng từ những sự kiện tổng quát, nhằm xem xét, xử lí vấn đề với mức độ trọn vẹn và hoàn chỉnh.

*Ví dụ :* Ba người tổng tuổi sáu mươi.

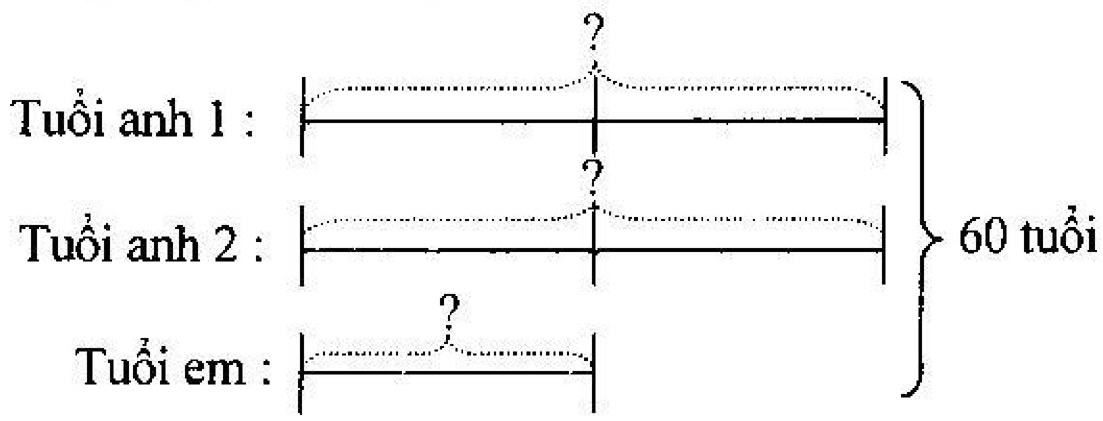
Trong ba lại có hai người sinh đôi.

Ai mấy tuổi ? Tính giùm tôi.

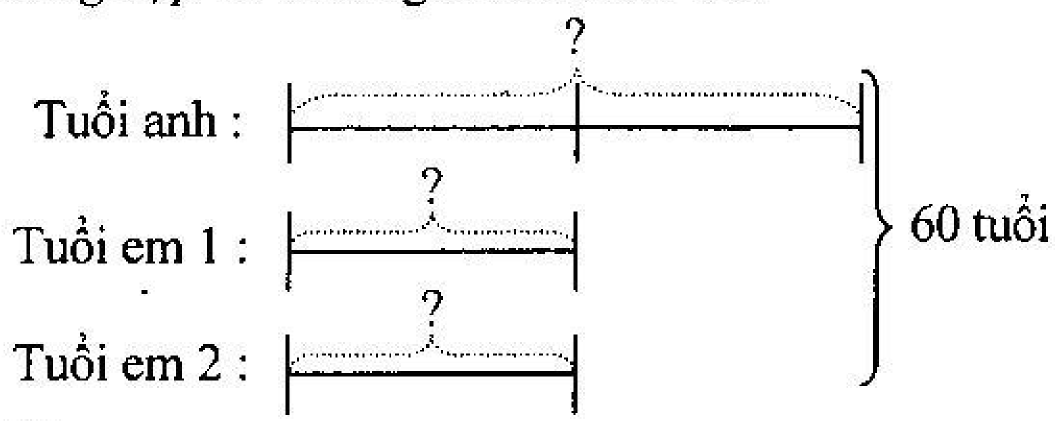
Biết anh có tuổi gấp đôi em mình.

*Tóm tắt :*

– *Trường hợp 1 :* Hai người anh sinh đôi




– *Trường hợp 2 :* Hai người em sinh đôi




*Lời giải :*

– *Trường hợp 1 :*

Tổng số phần bằng nhau là : $2 + 2 + 1 = 5$ (phần)

Tuổi của người em là : $60 : 5 = 12$ (tuổi)

Tuổi của mỗi người anh sinh đôi là : $12 \times 2 = 24$ (tuổi)

– *Trường hợp 2 :*

Tổng số phần bằng nhau là : $2 + 1 + 1 = 4$ (phần)

Tuổi của mỗi người em sinh đôi là : $60 : 4 = 15$ (tuổi)

Tuổi của người anh là : $15 \times 2 = 30$ (tuổi)

Ở ví dụ này, GV cần cho HS đọc kĩ đề và hướng sự chú ý của HS vào câu "*Trong ba lại có hai người sinh đôi*". Như vậy, đề không cho biết rõ là hai em sinh đôi hay là hai anh sinh đôi nên nhất thiết phải chia bài toán thành hai trường hợp riêng để giải.

*Lưu ý :*

– Nhiều khi sự phân chia trường hợp riêng không thể diễn ra ngay từ đầu, nói đúng hơn là việc đưa ra những trường hợp riêng một cách nhanh chóng là không tự nhiên hoặc có khi gây khó hiểu đối với trình độ của HS.

*Chẳng hạn :* Cho $n = \overline{a378b}$ là số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Tìm tất cả các chữ số a, b để số n chia hết cho 3 và 4.

*Lời giải :* Để n chia hết cho 4 thì $\overline{8b}$ chia hết cho 4, suy ra b = 0 ; 4 hoặc 8. Vì số n có 5 chữ số khác nhau nên b = 0 hoặc b = 4.

*Trường hợp 1 :* b = 0. Ta có $n = \overline{a3780}$ chia hết cho 3, suy ra a = 3 ; 6 hoặc 9. Vì n có năm chữ số khác nhau nên a = 6 hoặc a = 9. Do đó, ta tìm được các số 63 780 và 93 780 thỏa mãn điều kiện của bài toán.

*Trường hợp 2 :* b = 4. Ta có $n = \overline{a3784}$ chia hết cho 3, suy ra a = 2 ; 5 hoặc 8. Vì n có năm chữ số khác nhau nên a = 2 hoặc a = 5. Do đó, ta tìm được các số 23 784 và số 53 784 thỏa mãn điều kiện của bài toán.

– Có những bài tập trong mỗi trường hợp lại phải phân chia ra nhiều khả năng, thậm chí mỗi khả năng phải chia thành nhiều tình huống. Những bài tập ở mức độ như vậy thường khó với HS.

*Chẳng hạn :* Có 4 sản phẩm bề ngoài giống nhau, trong đó có 3 sản phẩm có khối lượng bằng nhau, một sản phẩm có khối lượng khác với các sản phẩm kia. Với một chiếc cân 2 đĩa không có quả cân, làm thế nào để sau 2 lần cân là xác định được sản phẩm có khối lượng khác ?

*Lời giải :* Đặt 2 sản phẩm lên 2 đĩa cân, 2 sản phẩm còn lại không ở trên cân. Xảy ra các trường hợp sau :

*Trường hợp 1 :* Nếu cân thăng bằng thì sản phẩm "khác" không ở trên cân. Các sản phẩm ở trên cân là các sản phẩm giống nhau. Lần cân thứ hai, ta đặt một trong hai sản phẩm vừa cân lên một đĩa cân, đĩa còn lại đặt một trong hai sản phẩm chưa cân ở lần một, khi đó :

+ Nếu cân thăng bằng thì sản phẩm còn lại chưa được cân là sản phẩm "khác".

+ Nếu cân không thăng bằng thì sản phẩm "khác" là sản phẩm ở trên đĩa cân lần cân thứ hai mà không phải là một trong hai sản phẩm đã cân ở lần thứ nhất.

*Trường hợp 2 :* Nếu cân không thăng bằng thì 2 sản phẩm không ở trên cân là các sản phẩm giống nhau, một trong hai sản phẩm ở trên cân sẽ là sản phẩm "khác". Lần cân thứ hai, ta giữ nguyên một trong hai sản phẩm vừa cân, sản phẩm kia được thay bằng một trong hai sản phẩm chưa cân, khi đó :

+ Nếu cân thăng bằng thì sản phẩm loại ra ở lần cân thứ nhất là sản phẩm "khác".

+ Nếu cân không thăng bằng thì sản phẩm được giữ lại trên cân ở cả hai lần cân chính là sản phẩm "khác".

Khi giải bài tập, GV cần hướng dẫn cho HS xem xét tất cả các khía cạnh của bài toán, xem bài toán có trường hợp hay tình huống nào có thể xảy ra không ? Những trường hợp, tình huống đó có thỏa mãn với yêu cầu của bài toán không ? ... Qua đó giúp HS có cái nhìn đầy đủ, toàn diện, hoàn chỉnh về đề ra, góp phần phát triển đặc tính *hoàn chỉnh* của tư duy lôgic cho HS.

### *3.5. Rèn luyện trình bày "hình thức" bài giải*

Ở một bài giải toán, ngoài việc yêu cầu giải đúng kết quả thì việc trình bày bài giải đó sao cho sạch đẹp, rõ gàng, sáng sủa, ... là rất quan trọng và cần thiết. Do đó, GV phải hướng dẫn HS tuân thủ một số quy định sau :

– *Cách ghi các phép tính giải :* Phép tính được ghi theo hàng ngang, không ghi phép tính giải theo kiểu tính dọc vào trong bài giải ; Các phép tính giải được thống nhất từ lớp 1 đến lớp 5 : Ghi phép tính giải với hư số (số không có đơn vị đi kèm), ghi chú đơn vị sau kết quả ghi trong dấu ngoặc đơn, sau các phép tính giải không ghi dấu chấm ; Thực hiện phép tính theo đúng thứ tự đã học ; ... Ngoài ra, có một số bài toán không có phép tính mà chỉ dùng lời giải.

*Chẳng hạn :* Trước vành móng ngựa là ba người đàn ông, họ là người bản xứ hoặc tên thực dân. Quan tòa biết rằng khi được hỏi người bản xứ bao giờ cũng nói thật còn tên thực dân bao giờ cũng nói dối, nhưng quan tòa không biết trong bọn họ ai là dân bản xứ, ai là thực dân. Quan tòa hỏi người thứ nhất : "*Anh là ai ?*" Nhưng anh ta nói ngọng nên quan tòa không hiểu câu trả lời. Quan tòa bèn hỏi người thứ hai, rồi người thứ ba : "*Người thứ nhất trả lời thế nào ?*" Người thứ hai trả lời : "*Anh ta nói anh ta là người bản xứ*". Còn người thứ ba nói : "*Anh ta nói anh ta là thực dân*". Bạn hãy cho biết người thứ hai và người thứ ba là thực dân hay bản xứ ? (giả thiết rằng ba người này hiểu nhau đã nói gì).

*Lời giải :*

+ Nếu người thứ nhất là dân bản xứ thì khi được hỏi anh ta sẽ trả lời : "Tôi là người bản xứ." (*Vì người bản xứ luôn nói thật*)

+ Nếu người thứ nhất là thực dân thì khi được hỏi anh ta cũng trả lời : "Tôi là người bản xứ." (*Vì thực dân luôn nói dối*)

Như vậy câu trả lời của người thứ nhất chắc chắc là : "Tôi là người bản xứ". Từ đó suy ra người thứ hai là bản xứ, người thứ ba là thực dân.

– *Cách ghi câu lời giải :* Các câu lời giải phải ghi dưới dạng mệnh đề khẳng định, cuối câu lời giải phải có dấu hai chấm ; Không dùng câu hỏi để ghi câu lời giải ; Lời giải phải phù hợp với thực tế ; ... Nói chung phải ghi mỗi phép tính một câu lời giải (không nên trình bày bài giải bằng các phép tính gộp).

– *Cách trình bày đáp số :* Có bao nhiêu câu hỏi thì có bấy nhiêu đáp số, ghi theo thứ tự, giữa các đáp số với nhau có dấu chấm phẩy, sau đáp số cuối cùng ghi dấu chấm ; Đơn vị sau đáp số không để trong dấu ngoặc đơn ; Đối với bài toán có nhiều cách giải thì ghi đáp số ở cách giải sau cùng ; ... Đáp số không ghi bằng lời (trừ trường hợp đặc biệt như bài toán hỏi ở dạng câu hỏi "Có hay không ?" hay "Đúng hay sai ?" thì phải ghi câu lời giải "có" hoặc "không", "đúng" hoặc "sai").

*Chẳng hạn với bài toán :* Có 3 tờ giấy. Xé mỗi tờ thành 4 mảnh nhỏ, sau đó lại lấy một số mảnh xé thành 4 mảnh nhỏ, ... Khi ngừng xé theo quy luật trên người ta đếm được 2008 mảnh lớn nhỏ cả thảy. Hỏi người đó đếm đúng hay sai ?

*Lời giải :* Khi xé một mảnh thành 4 mảnh thì số mảnh tăng thêm là 3. Sau mỗi đợt xé thì số mảnh tăng thêm là bội của 3 nên tổng số mảnh lớn nhỏ sau đợt xé phải chia hết cho 3. Số 2008 không chia hết cho 3 nên người đó đếm sai.

Trong DH, việc hướng dẫn HS cách trình bày một bài giải đúng với quy định sẽ góp phần rèn luyện cho HS tính cẩn thận, tính hoàn chỉnh của tư duy lôgic.

### *3.6. Rèn luyện trình bày "nội dung" bài giải*

Một bài giải toán ngoài việc yêu cầu trình bày "hình thức" sạch đẹp, gọn gàng, ... thì nội dung phải gọn, đủ, đúng và không được sai lầm là yêu cầu bắt buộc mà GV cần hướng dẫn HS thực hiện.

– *Bài giải phải gọn :* Một bài toán có thể có nhiều cách giải, GV nên hướng dẫn HS chọn cách giải nào đơn giản, ngắn gọn, phù hợp với trình độ nhận thức của đa số HS để trình bày.

– *Bài giải phải đủ :* Một bài giải có thể có nhiều trường hợp xảy ra, GV phải hướng dẫn cho HS xét mọi trường hợp có thể có, không để bỏ sót trường hợp nào. Vì đôi khi có bài toán đặc biệt có nhiều đáp số khác nhau nhưng vẫn thoả mãn yêu cầu đề bài.

– *Bài giải phải đúng :* Đây là nguyên tắc bắt buộc, kết quả phải đúng, phải phù hợp với thực tế. HS thường mắc phải những sai lầm như suy luận chưa chặt chẽ ; nhận biết sai dạng toán ; chưa nắm kĩ các kiến thức toán học (hiểu sai khái niệm, ngôn ngữ diễn đạt thiếu chính xác, ...) dẫn đến kết quả sai.

– *Bài giải phải có cơ sở lí luận :* Tư duy của HS Tiểu học là tư duy cụ thể nên khi giải toán các em thường theo cảm tính, máy móc mà không hiểu bản chất của bài toán là gì. Dẫn đến HS đưa ra kết luận vội vàng, thiếu cơ sở lí luận hoặc không dựa trên một cơ sở lí luận nào. Nguyên nhân của hiện tượng này là do HS hiểu đúng vấn đề nhưng không trình bày rõ tại sao (có thể các em nghĩ ai cũng hiểu, ai cũng biết rồi nên không cần phải ghi ra nữa), HS không biết cơ sở nhưng vẫn kết luận (HS tưởng đúng một cách vô thức), ...

### *3.7. Rèn luyện trình bày các bước giải cho học sinh*

Ở Tiểu học, khi giải một bài toán thường chia thành các bước như sau :

– *Bước 1 (tìm hiểu nội dung bài toán) :* Cần đọc kĩ đề toán để xem bài toán đã cho cái gì ? Cần tìm cái gì ? Cái cần tìm phải thỏa mãn những điều kiện nào ? Những điều kiện đã cho có đủ căn cứ để xác định cái cần tìm hay không ? GV nên tập cho HS có thói quen đọc kĩ đề trước khi giải để HS tự mình tìm hiểu nội dung.

– *Bước 2 (tóm tắt bài toán) :* Tóm tắt bài toán, chính là biểu diễn cái đã cho, cái cần tìm và mối liên hệ giữa chúng. Khi tóm tắt đề toán, GV chỉ cần hướng sự tập trung chú ý của HS đến những chi tiết chính của bài toán, còn những chi tiết phụ cần gạt bỏ để HS không bị rối (có rất nhiều cách tóm tắt : dùng sơ đồ đoạn thẳng ; dùng ngôn ngữ ; dùng bảng ; dùng sơ đồ Ven ; ...).

– *Bước 3 (phân tích bài toán) :* Phân tích bài toán là tìm đường lối giải bài toán. Đây là cách suy nghĩ đi từ cái chưa biết đến cái đã biết (đi ngược lần lượt từ câu hỏi của bài toán trở về với những dữ kiện đã cho sẵn) dựa vào tóm tắt. Khi phân tích, chúng ta cần phải tập trung vào câu hỏi của bài toán. Từ đó, chúng ta có thể biết được để trả lời câu hỏi đó thì cần những điều kiện gì hay phải thực hiện phép tính gì ? Trong những điều kiện ấy nhất thiết phải biết được cái nào đã có sẵn, cái nào cần tìm thêm.

– *Bước 4 (tổng hợp bài toán) :* Tổng hợp bài toán ngược lại với phân tích bài toán. Đó là cách trình bày một bài giải (đi từ cái đã biết đến đáp số của bài toán).

*Lưu ý :* Ở các bài toán đơn giản, GV thường chỉ thực hiện bước 2 và bước 4. Vì bước 1 đã có sẵn trong đề bài (chỉ cần yêu cầu HS nêu), bước 3 thường GV giảng cho HS hiểu hoặc HS làm vào giấy nháp.

*Ví dụ :* Một thửa ruộng hình chữ nhật có chiều dài 120 m, chiều rộng bằng $\frac{2}{3}$ chiều dài. Người ta cấy lúa vào thửa ruộng đó, tính ra cứ 100 $m^2$ thì thu hoạch được 50 kg thóc. Hỏi đã thu hoạch được ở thửa ruộng đó bao nhiêu tạ thóc ?

*GV hướng dẫn HS thực hiện các bước sau để giải :*

+ *Tìm hiểu nội dung bài toán :*

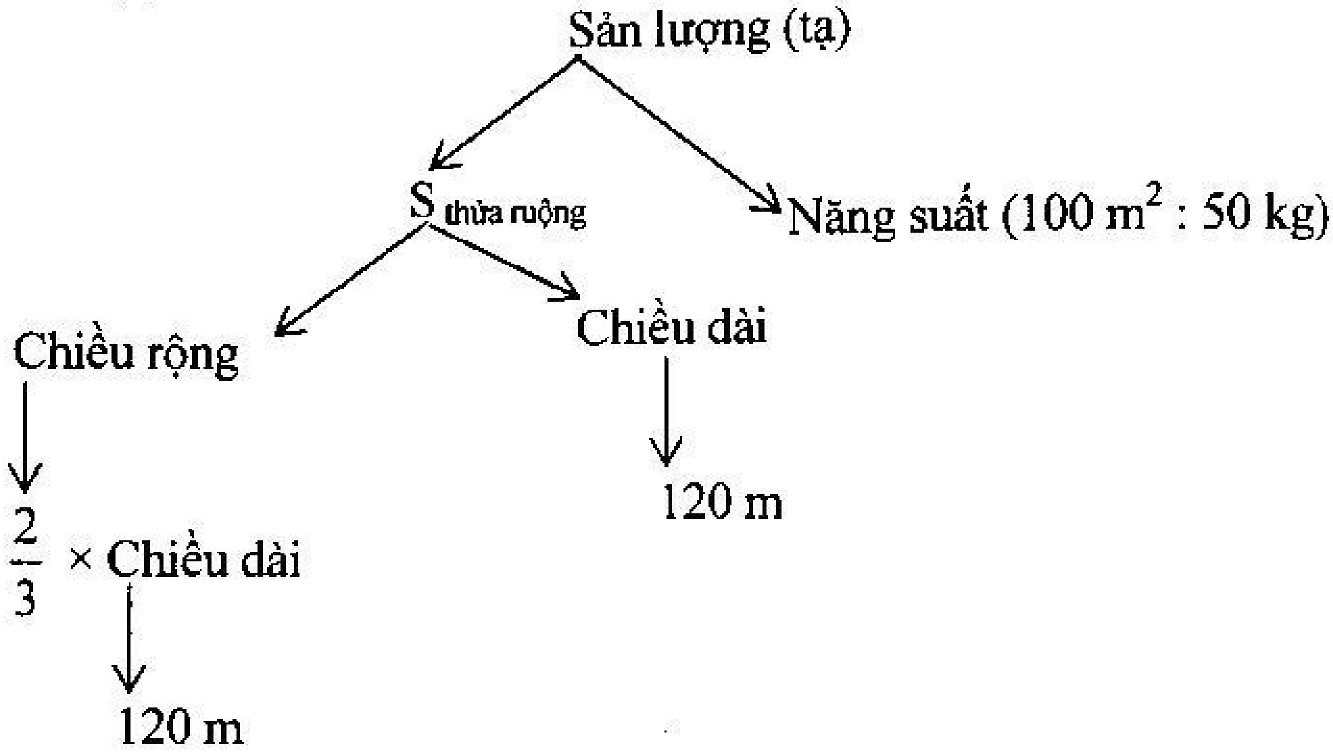
Bài toán cho biết gì ? (*Thửa rộng có chiều dài là 120 m, chiều rộng bằng* $\frac{2}{3}$ *chiều dài. Cứ 100* $m^2$ *thì thu hoạch được 50 kg thóc*).

Bài toán hỏi gì ? (*Số tạ thóc thu hoạch được ở thửa ruộng đó*).

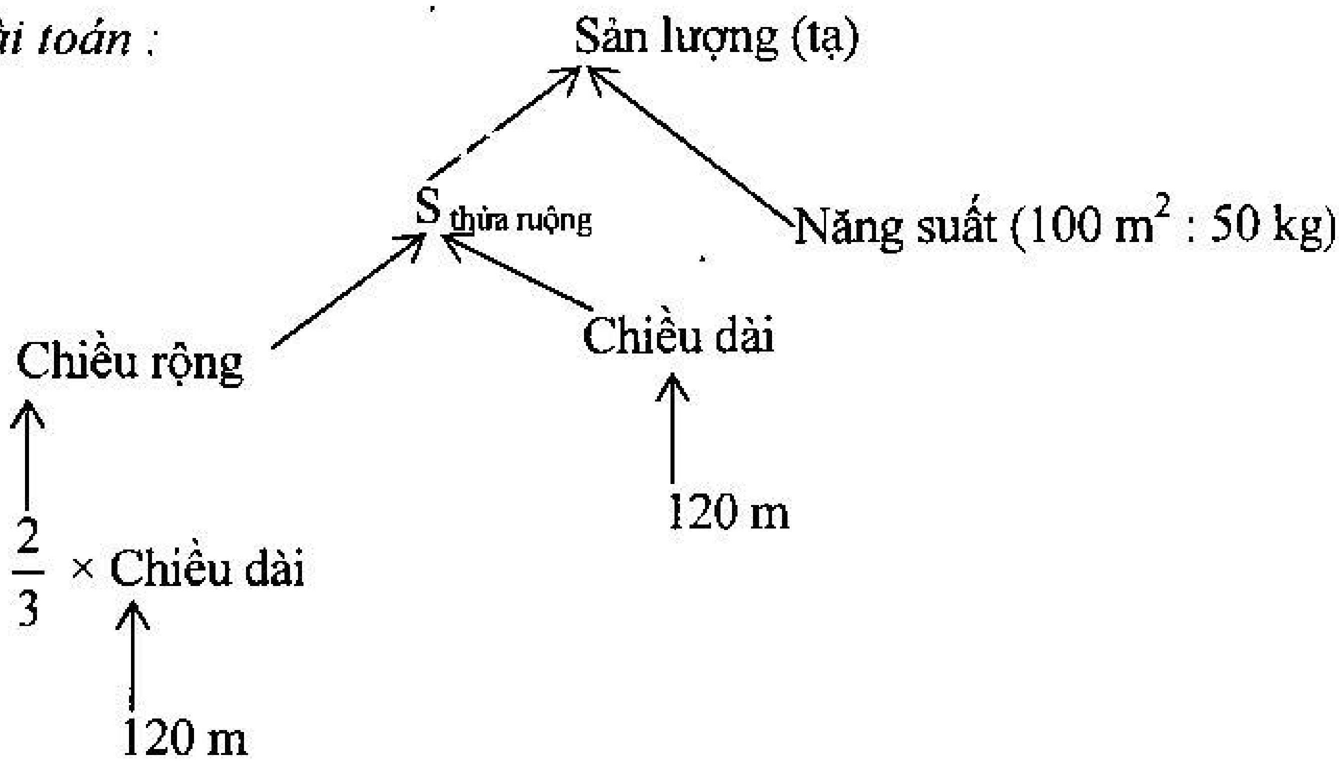
+ *Tóm tắt bài toán :*

| | |
|---|---|
| Chiều dài | : 120 m |
| Chiều rộng bằng | : $\frac{2}{3}$ chiều dài |
| 100 $m^2$ | : 50 kg |
| Thu được | : ... tạ thóc ? |

*+ Phân tích bài toán :*




*+ Tổng hợp bài toán :*




*Lời giải :*

Chiều rộng của thửa ruộng là : (120 × 2) : 3 = 80 (m)

Diện tích của thửa ruộng là : 120 × 80 = 9600 ($m^2$)

Số tạ thóc thu được từ thửa ruộng là : (9600 × 50) : 100 = 48 000 (kg) = 48 (tạ)

Đối với những HS khá, giỏi GV nên tập cho HS có thói quen khai thác thêm bài toán. *Chẳng hạn*, sau khi đã thực hiện các bước giải, GV có thể hỏi thêm bài toán còn có cách tóm tắt hay cách giải nào khác không ? Bài toán thuộc dạng nào ? … Biện pháp rèn luyện các bước giải cho HS nhằm góp phần rèn luyện các thao tác của tư duy (*phân tích, tổng hợp, ...*) nói chung và các đặc trưng của tư duy lôgic nói riêng cho HS.

### *3.8. Rèn luyện năng lực giải một bài toán theo nhiều cách khác nhau*

Việc giải một bài toán bằng nhiều cách sẽ giúp HS so sánh được các cách giải và chọn được cách giải hay nhất, từ đó tích lũy được nhiều kinh nghiệm để giải toán ; Rèn luyện được trí thông minh, óc sáng tạo và khả năng suy nghĩ linh hoạt, phát triển tư duy cho HS ; ...

Khi DH toán cần giúp HS học một cách sáng tạo, tìm được nhiều cách giải khác nhau cho một bài tập, tìm được PP giải độc đáo. Khi đó, HS nhìn bài toán từ nhiều phía, không chấp nhận một cách giải quen thuộc hoặc duy nhất mà luôn tìm tòi, đề xuất được nhiều cách giải khác nhau.

Cụ thể sau khi giải xong một cách nào đó của bài toán, GV nên hỏi HS "*Bài toán này còn có cách giải nào khác không ?*". Nếu GV không đặt câu hỏi này thì có thể có nhiều HS chưa thỏa mãn vì biết đâu các em còn có nhiều cách giải khác cách giải vừa trình bày.

Khi giải bài toán theo nhiều cách khác nhau. GV nên chú ý cho HS lựa chọn cách giải nào đơn giản nhất, dễ hiểu nhất, phù hợp với trình độ của từng đối tượng HS để trình bày. Qua đó góp phần rèn luyện tư duy lôgic cho HS.

*Ví dụ 1 :* Hôm trước cô Ngân mua cho nhà trường 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ hết cả thảy 9200 đồng. Hôm sau cô mua 2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ như thế hết cả thảy 8800 đồng. Tính giá tiền một lọ mực mỗi loại ?

*Tóm tắt :* 3 lọ mực xanh và 2 lọ mực đỏ : 9200 đ
2 lọ mực xanh và 3 lọ mực đỏ : 8800 đ
1 lọ mực đỏ : ... đ ?
1 lọ mực xanh : ... đ ?

*Lời giải :*

*Cách 1 :* Giả sử lần đầu cô Ngân mua gấp đôi số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là : $9200 \times 2 = 18\,400$ (đ)

Giả sử lần sau cô ngân mua gấp ba số lọ mực mỗi loại thì cần số tiền là :

$8800 \times 3 = 26\,400$ (đ)

Suy ra mua 5 lọ mực đỏ hết số tiền là : $26\,400 - 18\,400 = 8000$ (đ)

Giá tiền mua 1 lọ mực đỏ là : $8000 : 5 = 1600$ (đ)

Số tiền mua 2 lọ mực đỏ là : $1600 \times 2 = 3200$ (đ)

Số tiền mua 3 lọ mực xanh là : $9200 - 3200 = 6000$ (đ)

Giá tiền mua 1 lọ mực xanh là : $6000 : 3 = 2000$ (đ)

*Cách 2 :* Giá tiền 1 lọ mực xanh hơn 1 lọ mực đỏ là : $9200 - 8800 = 400$ (đ)

Mua 5 lọ mực xanh và 5 lọ mực đỏ hết : 9200 + 8800 = 18 000 (đ)

Mua 1 lọ mực xanh và 1 lọ mực đỏ hết : 18 000 : 5 = 3600 (đ)

Giá tiền một lọ mực đỏ là : (3600 – 400) : 2 = 1600 (đ)

Giá tiền một lọ mực xanh là : 1600 + 400 = 2000 (đ)

*Cách 3 :* Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

9200 – 8800 = 400 (đ)

Giả sử thay 2 lọ mực đỏ bằng 2 lọ mực xanh thì số tiền mua 5 lọ mực xanh là :

9200 + (2 × 400) = 10 000 (đ)

Giá tiền một lọ mực xanh là : 10 000 : 5 = 2000 (đ)

Giá tiền một lọ mực đỏ là : 2000 – 400 = 1600 (đ)

*Cách 4 :* Giá tiền một lọ mực xanh hơn giá tiền một lọ mực đỏ là :

9200 – 8800 = 400 (đ)

Giả sử thay 3 lọ mực xanh bằng 3 lọ mực đỏ thì số tiền mua 5 lọ mực đỏ là :

9200 – (3 × 400) = 8000 (đ)

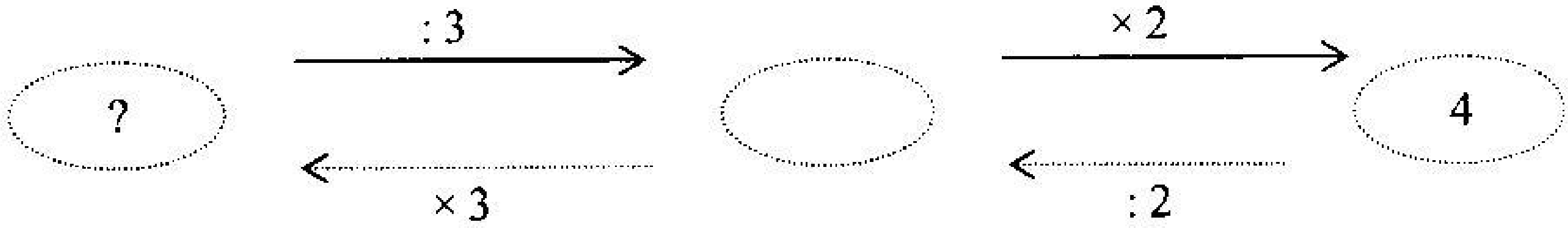
Giá tiền một lọ mực đỏ là : 8000 : 5 = 1600 (đ)

Giá tiền một lọ mực xanh là : 1600 + 400 = 2000 (đ)

*Ví dụ 2 :* Tìm một số, biết rằng lấy số đó chia cho 3 được bao nhiêu nhân với 2 thì được 4.

*Lời giải :*

*Cách 1 :* Dùng PP ứng dụng graph, ta vẽ sơ đồ như sau :




Dựa vào sơ đồ, HS suy ra số phải tìm là : (4 : 2) × 3 = 6

*Cách 2 :* Gọi x là số cần tìm, theo đề bài ta có : (x : 3) × 2 = 4.

Xem x : 3 là một thừa số của tích thì ta có : x : 3 = 4 : 2 = 2.

Xem x là số bị chia của một thương thì ta có : x = 2 × 3 = 6.

Khi HS tiến hành bài giải theo 2 cách khác nhau, HS sẽ dễ so sánh hai kết quả và giúp HS có cách *lập luận chặt chẽ,* rèn luyện cho HS tính *gọn gàng, sáng sủa* của tư duy lôgic (vì khi đó, HS sẽ thấy được cách giải nào đơn giản, dễ hiểu và phù hợp – *Cách 1*).

# §2. RÈN LUYỆN TƯ DUY SÁNG TẠO

## 1. Tư duy sáng tạo

Thể hiện rõ ở khả năng sáng tạo ra cái mới, phát hiện vấn đề mới, tìm ra hướng đi mới, tạo ra kết quả mới.

## 2. Các đặc trưng của tư duy sáng tạo

### *2.1. Tính mềm dẻo*

Chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ khác, suy nghĩ không rập khuôn, nhận ra vấn đề mới trong điều kiện quen thuộc, ...

### *2.2. Tính nhuần nhuyễn*

Tìm ra được nhiều giải pháp trên nhiều góc độ và nhiều tình huống khác nhau, khả năng xem xét đối tượng dưới nhiều khía cạnh khác nhau, ...

### *2.3. Tính nhạy cảm*

Nhanh chóng phát hiện vấn đề, phát hiện ra mâu thuẫn, tạo ra cái mới, ...

### *2.4. Tính độc đáo*

Tìm ra những hiện tượng và những kết hợp mới, tìm ra các mối quan hệ, tìm ra những giải pháp lạ, ...

### *2.5. Tính hoàn thiện*

Là khả năng lập kế hoạch, phối hợp các ý nghĩ và hành động, phát triển ý tưởng, kiểm tra và kiểm chứng ý tưởng, ...

Các đặc trưng kể trên cùng góp phần tạo nên tư duy sáng tạo là đỉnh cao trong hoạt động trí tuệ của con người.

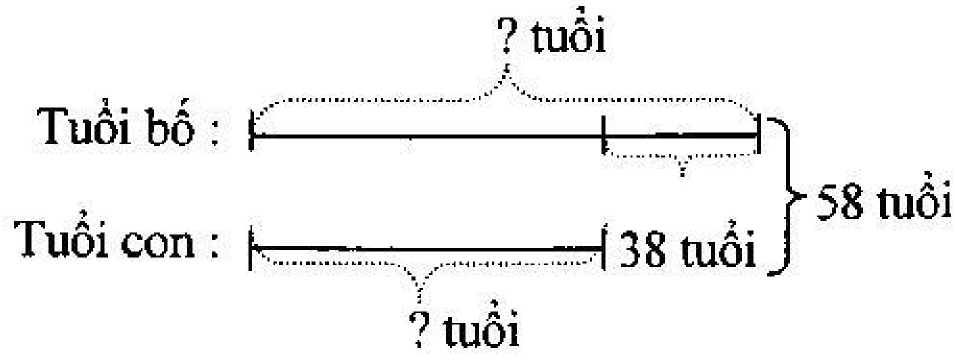
## 3. Rèn luyện tư duy sáng tạo cho học sinh khi dạy học môn Toán

### *3.1. Rèn luyện cho học sinh khả năng nhìn tình huống đặt ra dưới nhiều góc độ khác nhau và biết cách giải quyết tình huống bằng nhiều phương pháp khác nhau*

Để giải một bài toán tối ưu thì có thể hướng dẫn cho HS giải bài toán đó bằng nhiều cách khác nhau, từ đó HS sẽ chọn ra cách giải thích hợp nhất.

*Ví dụ 1 :* Tuổi bố và tuổi con cộng lại được 58 tuổi. Bố hơn con 38 tuổi. Hỏi bố bao nhiêu tuổi, con bao nhiêu tuổi ?

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

*Cách 1 :* Tu ổi của bố là : (58 + 38 ) : 2 = 48 (tuổi)

Tuổi của con là : 48 – 38 = 10 (tuổi).

*Cách 2 :* Tuổi của bố là : (58 + 38 ) : 2 = 48 (tuổi)

Tuổi của con là : 58 – 48 = 10 (tuổi).

*Cách 3 :* Tuổi của bố là : (58 + 38 ) : 2 = 48 (tuổi)

Tuổi của con là : (58 – 38 ) : 2 = 10 (tuổi).

*Cách 4 :* Tuổi của con là : (58 – 38 ) : 2 = 10 (tuổi)

Tuổi của bố là : 10 + 38 = 48 (tuổi).

*Cách 5 :* Tuổi của con là : (58 – 38 ) : 2 = 10 (tuổi)

Tuổi của bố là : 58 – 10 = 48 (tuổi).

*Chú ý :*

Ở đây đã sử dụng các cách giải dạng toán "*tìm hai số khi biết tổng và hiệu*". Với 5 cách giải bài toán trên thì HS có thể chọn *cách giải 1* hoặc *cách giải 4* để trình bày là thích hợp và dễ hiểu nhất.

*Ví dụ 2 :* Có 17 xe vừa xe taxi vừa xe lam. Xe taxi có 4 bánh, xe lam có 3 bánh. Người ta đếm thấy có tất cả 62 bánh xe, hỏi có tất cả mấy xe taxi, mấy xe lam ?

*Lời giải :*

*Cách 1 :*

Nếu mỗi xe lam đều mang theo 1 bánh xe dự phòng thì lúc này tất cả các xe đều có 4 bánh. Số bánh xe là : 4 × 17 = 68 (bánh xe)

Số bánh xe dự phòng là : 68 – 62 = 6 (bánh xe)

Mỗi chiếc xe lam mang 1 bánh dự phòng, số xe lam là : 6 : 1 = 6 (xe)

Số xe taxi là : 17 – 6 = 11 (xe).

*Cách 2 :*

Nếu tháo ở mỗi chiếc taxi 1 bánh xe để thay thế thì tất cả số bánh xe có là :

$3 \times 17 = 51$ (bánh xe)

Số bánh xe đã tháo ra là : $62 - 51 = 11$ (bánh xe)

Mỗi chiếc taxi tháo đi 1 bánh nên có 11 chiếc taxi.

Số xe lam có là : $17 - 11 = 6$ (xe)

*Cách 3 :*

Giả sử tất cả các xe đều là xe taxi thì số bánh xe của 17 chiếc taxi là :

$17 \times 4 = 68$ (bánh xe)

Số bánh xe dư ra là : $68 - 62 = 6$ ( bánh xe)

Sở dĩ dư 4 bánh xe vì trong 17 chiếc xe đó còn có xe lam

Số bánh xe lam ít hơn bánh xe taxi là : $4 - 3 = 1$ (bánh xe)

Số xe lam có là : $6 : 1 = 6$ (xe)

Số xe taxi có là : $17 - 6 = 11$ (xe)

*Cách 4* : Giả sử tất cả các xe đều là xe lam thì

Số bánh xe của 17 xe lam là : $17 \times 3 = 51$ (bánh xe)

Số bánh xe hụt đi là : $62 - 51 = 11$ (bánh xe)

Hụt đi 11 bánh xe vì trong số 17 chiếc xe còn có xe taxi

Số bánh xe của mỗi chiếc taxi bị tính hụt đi là : $4 - 3 = 1$ (bánh xe)

Số xe taxi có là : $11 : 1 = 11$ (xe)

*Chuyển bài toán trên thành bài toán tương tự :* Ta tưởng tượng mỗi chiếc xe là một cái đĩa, mỗi bánh xe là một quả cam. Như vậy xe taxi là cái đĩa đựng 4 quả cam, xe lam là cái đĩa đựng 3 quả cam. Ta có bài toán "*Có 17 cái đĩa gồm hai loại, loại đựng 3 quả cam và loại đựng 4 quả cam. Biết rằng có 62 quả cam. Hỏi có bao nhiêu cái đĩa mỗi loại ?*"

*Ta có 2 cách giải như sau :*

*Cách 5 :*

Đem bỏ vào mỗi đĩa 3 quả cam thì hết số quả cam là : $17 \times 3 = 51$ (quả)

Số quả cam còn lại là : $62 - 51 = 11$ (quả)

Đem 11 quả còn lại tiếp tục bỏ vào mỗi đĩa 1 quả thì ta được 11 đĩa đựng 4 quả cam. Số đĩa chỉ đựng 3 quả cam là : 17 – 11 = 6 (đĩa)

*Tương ứng với :* có 11 xe taxi và 6 xe lam.

*Cách 6 :*

Nếu ta bỏ vào các đĩa chỉ có 3 quả cam thêm 1 quả cam nữa để tất cả các đĩa đều có 4 quả cam thì số quả cam lúc này có tất cả là : 17 × 4 = 68 (quả)

Số quả cam bỏ thêm là : 68 – 62 = 6 (quả)

Vì ta bỏ thêm vào mỗi đĩa có 3 quả cam thêm 1 quả nữa nên có tất cat 6 đĩa đựng 3 quả cam.

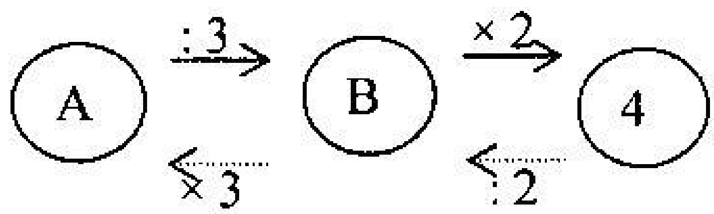
Số đĩa đựng 4 quả cam là : 17 – 6 = 11 (đĩa)

*Tương ứng với :* có 11 xe taxi và 6 xe lam.

*Ví dụ 3 :* Tìm một số. Biết rằng nếu lấy số đó chia cho 3 được bao nhiêu nhân với 2 thì được 4.

*Cách 1 (áp dụng PP suy ngược từ cuối) :*

Theo giả thiết của bài toán ta có sơ đồ diễn đạt bài toán dưới dạng :




Số trong hình tròn B là : 4 : 2 = 2

Số cần tìm A là : 2 × 3 = 6

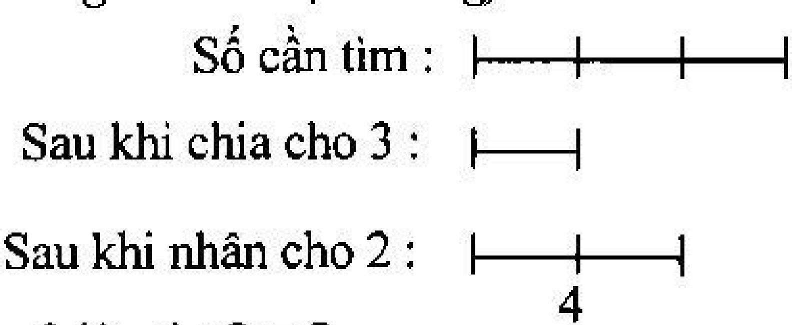
*Cách 2 (áp dụng PP dùng chữ thay số) :*

Gọi số cần tìm là x, theo bài toán ta có : (x : 3) × 2 = 4 ;

x : 3 = 2 (*chia cả hai vế cho 2*)

x = 6 (*nhân hai vế với 3*)

*Cách 3 (áp dụng PP dùng sơ đồ đoạn thẳng) :*




Số trước khi nhân cho 2 là : 4 : 2 = 2

Số cần tìm là : 2 × 3 = 6

***3.2. Tập luyện cho học sinh biết giải quyết vấn đề đặt ra bằng phương án mới, độc đáo***

*Ví dụ 1 :* Tính nhanh $\dfrac{32 \times 53 - 21}{53 \times 31 + 32}$.

*Phân tích :* Ta nhận thấy, ở tử số nếu tách 53 đơn vị ra khỏi tích và trừ cho 21 thì lúc này tử số và mẫu số bằng nhau và bằng $53 \times 31 + 32$. Áp dụng tính chất nhân một số với một tổng ta sẽ giải bài tập này như sau :

$$\frac{32 \times 53 - 21}{53 \times 31 + 32} = \frac{(31+1) \times 53 - 21}{53 \times 31 + 32} = \frac{31 \times 53 + 53 - 21}{53 \times 31 + 32} = \frac{31 \times 53 + 32}{53 \times 31 + 32} = 1.$$

*Ví dụ 2 :* "Trời vừa tang tảng lúc rạng đông

Rủ nhau đi hái mấy quả bòng

Mỗi người năm quả, thừa năm quả

Mỗi người sáu quả, một người không"

Hỏi có bao nhiêu người, bao nhiêu bòng ?

*Lời giải :*

*Cách 1 :*

"Mỗi người năm quả, thừa năm quả". Ta có số quả bòng chia hết cho 5.

"Mỗi người sáu quả, một người không". Ta có số quả bòng chia hết cho 6.

Các số vừa chia hết cho 5 vừa chia hết cho 6 là : 30 ; 60 ; 90 ...

Bằng PP thử chọn ta có :

$60 : 5 = 11 \times 5 + 5$

$60 : 6 = 11 \times 6 - 6$

Vậy có 11 người và 60 quả bòng.

*Cách 2 :*

Ta có thể hiểu bài toán này như sau : *"Có một số người và một số quả bòng. Nếu chia cho mỗi người 5 quả thì thừa 5 quả, nếu chia cho mỗi người 6 quả thì 1 người không có quả nào. Tìm số người, số bòng ?"*

Ta gọi số người là x thì số quả bòng khi chia cho mỗi người 5 quả là $x \times 5 + 5$.

Số quả bòng khi chia cho mỗi người 6 quả là $x \times 6 - 6$. Dù chia cho mỗi người 5 quả hay 6 quả thì số người và số quả bòng không thay đổi, nên ta có :

$x \times 5 + 5 = x \times 6 - 6$ ;

$5 = x - 6$ *(bớt ở hai vế $x \times 5$ đơn vị)*

$x = 11$ (thêm ở hai vế 6 đơn vị)

Số quả bòng có là : $11 \times 5 + 5 = 60$ (quả)

hay : $11 \times 6 - 6 = 60$ (quả)

*Ví dụ 3 :* Tính giá trị biểu thức : $325 + 3147 + 675 + 1853$.

*Ta có một số biện pháp biến đổi quen thuộc khi tính giá trị biểu thức :*

1) $a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b$ ;
2) $a + (b - c) = (a + b) - c = (a - c) + b$ ;
3) $a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$ ;
4) $a - (b - c) = (a - b) + c = (a + c) - b$ ;
5) $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c = (a \times c) \times b$ ;
6) $a \times (b : c) = (a \times b) : c = (a : c) \times b$ ;
7) $a : (b \times c) = (a : b) : c = (a : c) : b$ ;
8) $a : (b : c) = (a : b) \times c = (a \times c) : b$ ;
9) $(a + b) \times c = (a \times c) + (b \times c)$ ;
10) $(a - b) \times c = (a \times c) - (b \times c)$ ;
11) $(a + b) : c = (a : c) + (b : c)$ ;
12) $(a - b) : c = (a : c) - (b : c)$.

*Nhờ đó, HS có thể áp dụng để giải :*

*Cách 1 :* GV hướng dẫn HS.

– Biểu thức trên có gì đặc biệt ? (*Biểu thức chỉ có phép tính cộng, không có dấu ngoặc đơn*)

– Em tính giá trị biểu thức như thế nào ? (*Thực hiện tính từ trái sang phải*)

HS tính ra kết quả : $325 + 3147 + 675 + 1853 = 6000$

*Cách 2 :* GV hướng dẫn HS.

Cách làm trên ta đã cộng lần lượt các số lại với nhau, như vậy sẽ rất lâu. Phép cộng có tính chất gì ? (*Tính chất giao hoán, tính chất kết hợp*)

Vậy bài toán này có thể áp dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp để tính giá trị của biểu thức nhanh hơn hay không ? Các số trong biểu thức có gì đặc biệt với nhau ? ... Từ đó HS sẽ biết vận dụng tính chất giao hoán và kết hợp để tính kết quả biểu thức nhanh hơn. HS thực hiện như sau :

$$(325 + 675) + (3147 + 1853) = 1000 + 5000 = 6000$$

*Ví dụ 4 :* Tính giá trị biểu thức : $642 \times (30 - 6)$.

*Cách 1 :* GV hướng dẫn HS.

– Biểu thức trên có gì đặc biệt ? (*Có dấu ngoặc đơn*)

– Để tính giá trị biểu thức ta làm thế nào ? (*Ta thực hiện phép tính trừ trong ngoặc đơn trước, rồi lấy 642 nhân với kết quả của phép trừ trong ngoặc đơn*)

HS giải ra kết quả : $642 \times (30 - 6) = 642 \times 24 = 15408$

*Cách 2 :* GV hướng dẫn HS.

– Ngoài áp dụng thứ tự thực hiện phép tính, ta thấy biểu thức trên có dạng gì ? (*Có dạng một số nhân với một hiệu*)

– Vận dụng quy tắc này ta tính giá trị biểu thức trên như thế nào ? (*Thực hiện phép nhân với từng số hạng của hiệu sau đó trừ hai kết quả*)

HS giải : $642 \times (30 - 6) = 642 \times 30 - 642 \times 6 = 19260 - 3852 = 15408$

Sau khi hướng dẫn HS giải theo hai cách khác nhau, GV cần chỉ ra cách giải nào đơn giản, ngắn gọn và rõ ràng để HS lựa chọn. Chẳng hạn, ở *ví dụ 3* ta nên chọn *cách 2*, ngược lại ở *ví dụ 4* ta nên chọn *cách 1*. Qua đó góp phần rèn luyện đặc trưng thứ tư của tư duy lôgic cho HS, đó là tính *gọn gàng, sáng sủa*.

*Ví dụ 5 :* Tính nhanh : $20 - 18 + 16 - 14 + 12 - 10 + 8 - 6 + 4 - 2$.

*– Cách 1 (áp dụng tính chất của số chẵn liên tiếp) :*

$(20 - 18) + (16 - 14) + (12 - 10) + (8 - 6) + (4 - 2)$

$= 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 2 \times 5 = 10.$

*– Cách 2 (áp dụng tính chất giao hoán và tính chất kết hợp của phép cộng để đưa về dạng tổng các số tròn chục) :*

$(20 - 10) + (16 - 6) + (12 - 2) - 18 - 14 + 8 + 4$

$= 10 + 10 + 10 - 18 - 14 + 8 + 4 = (10 + 8) - 18 + (10 + 4) - 14 + 10$

$= (18 - 18) + (14 - 14) + 10 = 0 + 0 + 10 = 10.$

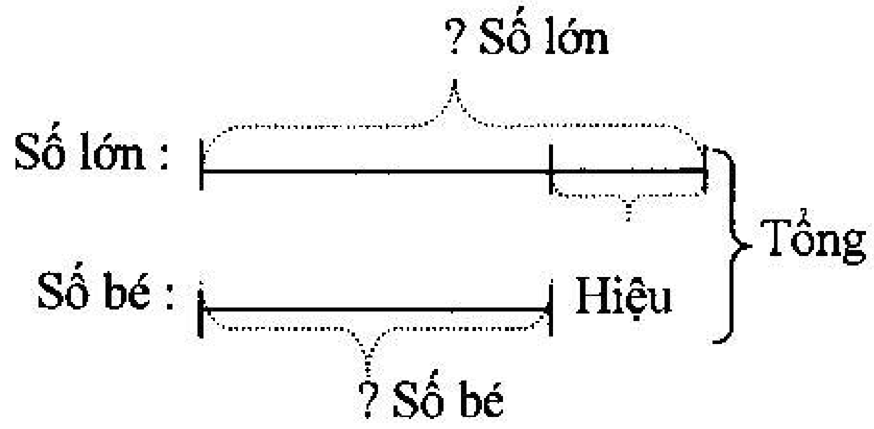
*– Cách 3 :*

$(20 - 18 - 2) + (16 + 4 - 10) + (12 + 8 - 14 - 6) = 0 + 10 + 0 = 10.$

### *3.3. Rèn luyện cho học sinh khả năng hệ thống hóa phương pháp giải toán*

Chẳng hạn khi dạy HS giải dạng toán "*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu*" GV cần hướng dẫn cho HS *tóm tắt* và trình bày cách *giải khái quát*. Cụ thể :

*Tóm tắt :*




– Có 3 cách tìm số lớn trước :

*Cách 1 :* Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2
Số bé = Tổng – Số lớn

*Cách 2 :* Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2
Số bé = Số lớn – Hiệu

*Cách 3 :* Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2
Số bé = (Tổng – Hiệu) : 2

– Có 3 cách tìm số bé trước :

*Cách 4 :* Số bé = (Tổng – Hiệu) : 2
Số lớn = Tổng – Số bé

*Cách 5 :* Số bé = (Tổng – Hiệu) : 2
Số lớn = (Số bé + Hiệu)

*Cách 6 :* Số bé = (Tổng – Hiệu) : 2
Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2

*Chú ý :* Các dạng toán điển hình (tìm hai số khi biết tổng và hiệu ; tìm hai số khi biết tổng và tỉ ; tìm hai số khi biết hiệu và tỉ ; ...) đều có cách tóm tắt và PP giải khái quát.

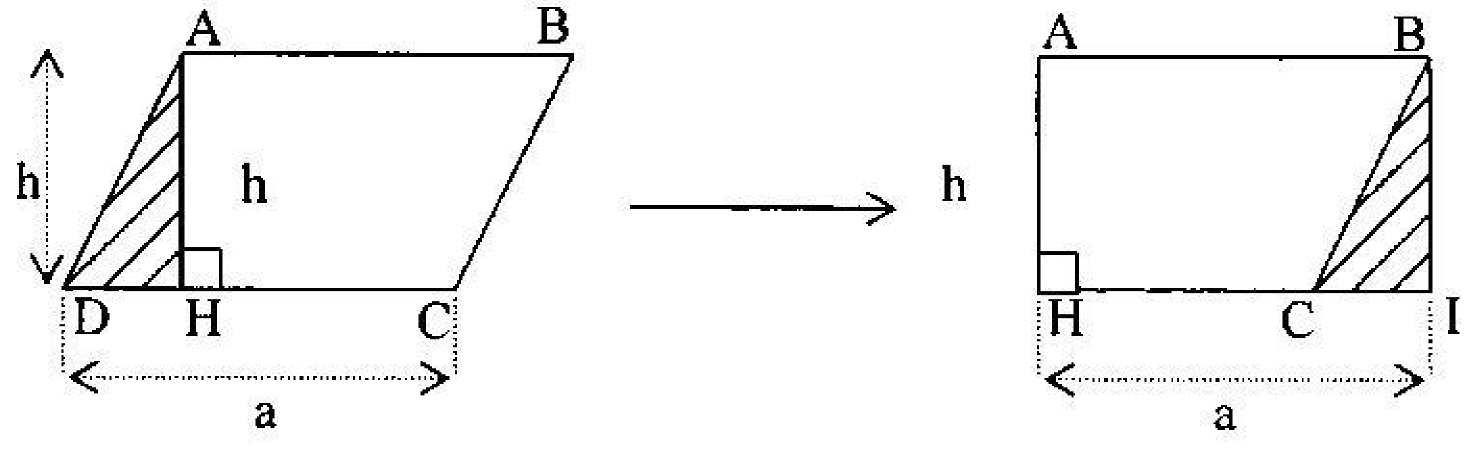
### 3.4. Rèn luyện cho học sinh khả năng liên tưởng và huy động kiến thức trong quá trình tìm kiếm cách giải toán

Liên tưởng là "*nhân sự vật, hiện tượng nào đó mà nghĩ đến sự vật, hiện tượng khác có liên quan*". Năng lực liên tưởng, huy động kiến thức ở mỗi người khác nhau thì khác nhau. Sức liên tưởng và huy động phụ thuộc vào khả năng tích lũy kiến thức và phụ thuộc vào sự nhạy cảm trong khâu phát hiện vấn đề. Liên tưởng có vai trò quan trọng khi ghi nhớ và nhớ lại.

*Chẳng hạn :*

– Khi DH *Diện tích hình bình hành*, ta không đưa ra ngay công thức tính diện tích của hình bình hành mà ta dựa vào sự liên tưởng, đó là vận dụng những kiến thức đã học để hình thành nên công thức. Như vậy HS sẽ khắc sâu kiến thức vừa học và đồng thời nếu trong quá trình vận dụng làm bài tập mà HS có quên công thức thì HS biết cách xây dựng lại. Cụ thể :

Cho hình bình hành ABCD có DC là đáy (a) của hình bình hành, AH vuông góc với DC, độ dài AH là chiều cao (h) của hình bình hành.



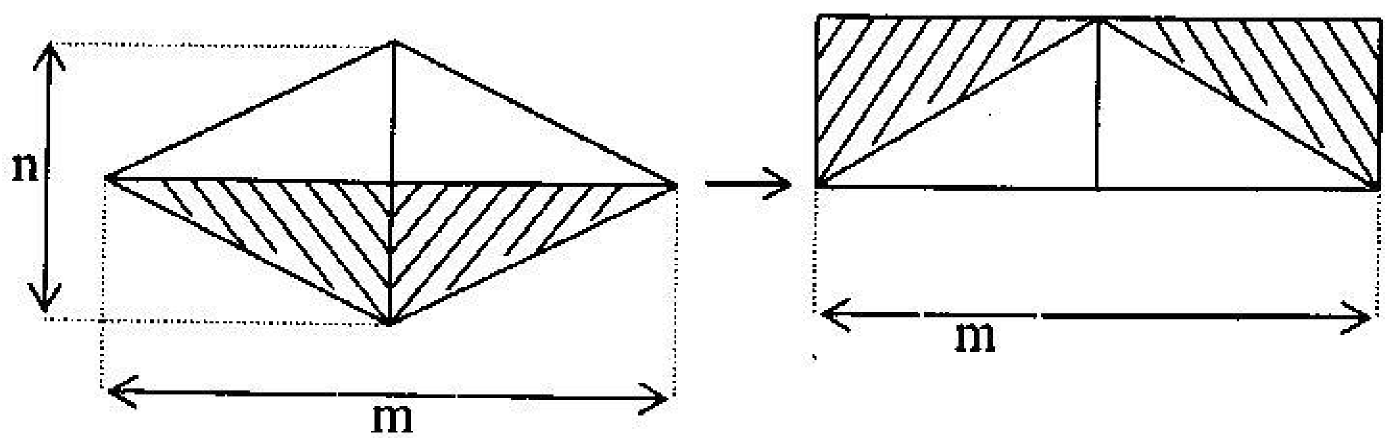

Cắt phần hình tam giác ADH rồi ghép như hình vẽ để được hình chữ nhật ABIH. Diện tích hình bình hành ABCD bằng diện tích hình chữ nhật ABIH. Diện tích hình chữ nhật ABIH là : a × h.

Vậy diện tích hình bình hành là : a × h hay S = a × h (*S là diện tích, a là độ dài đáy, h là chiều cao của hình bình hành*).

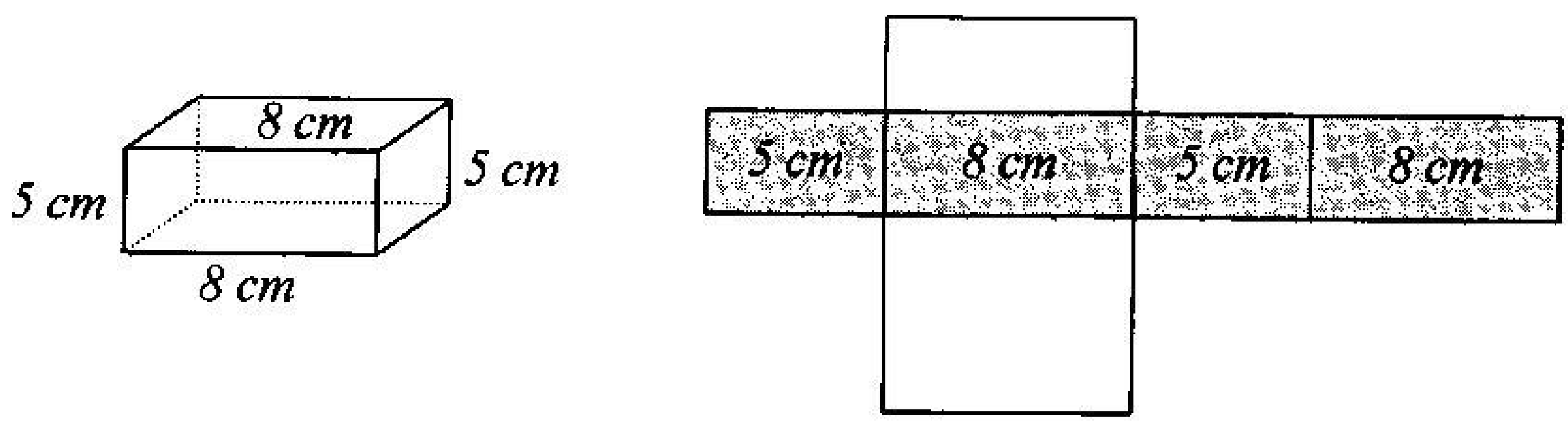
Xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành chủ yếu dựa vào thủ thuật cắt, ghép hình như ở hình vẽ trên. GV dùng Ê-ke xác định đường cao của hình bình hành. Cắt hình bình hành thành hai phần là tam giác ADH và tứ giác ABCH. Sau đó ghép phần tam giác ADH vào bên phải hình tứ giác ABCH ta được hình chữ nhật ABIH. Lúc này diện tích hình chữ nhật ABIH chính bằng diện tích hình bình hành ABCD với chiều rộng hình chữ nhật là chiều cao h của hình bình hành, chiều dài hình chữ nhật là đáy a của hình bình hành. Từ đó, ta xây dựng được công thức tính diện tích hình bình hành.

Việc xây dựng công thức *tính diện tích hình bình hành* thông qua công thức *tính diện tích hình chữ nhật* vừa để giúp HS dễ nhớ, dễ tiếp thu bài mới, đồng thời cũng là để củng cố lại phần kiến thức về diện tích hình chữ nhật cho HS.

– Tương tự, xây dựng công thức *tính diện tích hình thoi* : S = (m × n) : 2 (*m, n là độ dài hai đường chéo*) được thực hiện nhờ cắt, ghép hình như ở hình sau :




– Cũng tương tự, ta xây dựng công thức tính *diện tích xung quanh của hình hộp chữ nhật* : $S_{XQ} = (a + b) \times 2 \times h$ (*$S_{XQ}$ là diện tích xung quanh, a là chiều dài mặt đáy, b là chiều rộng mặt đáy, h là chiều cao của hình hộp chữ nhật*) cũng thực hiện tương tự nhờ cắt, ghép hình :




Với những cách thực hiện như trên nhằm rèn luyện tư duy lôgic cho HS, thông qua việc GV giúp HS liên tưởng đến các kiến thức toán học khác nhau trong mối liên hệ chung của chúng, HS sẽ có cái nhìn một cách hệ thống, *hoàn chỉnh* về các kiến thức toán học và từ đó vận dụng chủ động, sáng tạo vào việc giải toán.

### *3.5. Rèn luyện cho học sinh biết khái quát hóa bài toán*

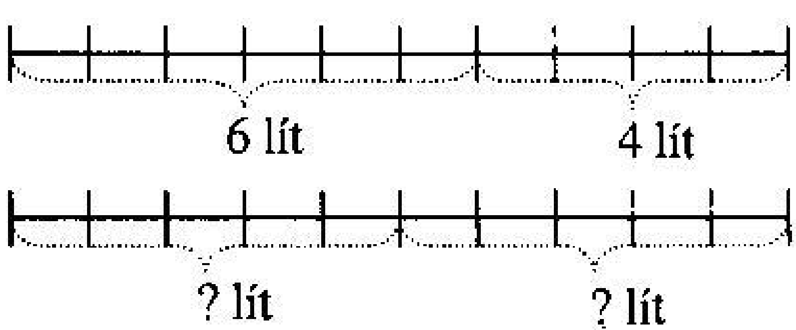
Khái quát hóa là tách cái chung trong các đối tượng, hiện tượng hoặc sự kiện, có khi chỉ từ một đối tượng ta cũng có thể khái quát một tính chất, một PP. Khái quát hóa từ nhiều đối tượng cần tập trung cho HS so sánh, phân tích để tìm ra cái chung.

Biện pháp này giúp HS nắm được cách giải chung cho các bài tập có cùng một cấu trúc và cùng một cách giải nhất định. Có những bài tập tương đồng nhau về cách giải, như các dạng sau : Dạng bài tập "*Tìm số trung bình cộng của nhiều số*", "*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu số của hai số đó*", "*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó*", "*Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó*", "*Đại lượng tỉ lệ thuận*", "*Đại lượng tỉ lệ nghịch*". Khi DH, GV hướng dẫn HS cách giải của một số bài cùng dạng. Sau đó, GV cho HS so sánh sự giống nhau giữa các bài toán đó. Từ gợi ý, hướng dẫn để HS rút ra được cách làm chung cho dạng bài này và hướng dẫn cho HS ghi nhớ.

*Ví dụ 1 :* Khi DH "*Tìm số trung bình cộng*". Cho 2 bài toán như sau :

*Bài toán 1 :* Rót vào can thứ nhất 6 lít dầu, rót vào can thứ hai 4 lít dầu. Hỏi nếu số lít dầu đó được rót đều vào 2 can thì mỗi can có bao nhiêu lít dầu ?

*Tóm tắt* :




*Lời giải :*

Tổng số lít dầu của 2 can là : 6 + 4 = 10 (*l*)

Số lít dầu rót đều vào mỗi can là : 10 : 2 = 5 (*l*).

Sau khi hướng dẫn HS giải bài toán, GV hướng dẫn HS đưa ra nhận xét :

– Muốn biết số lít dầu rót đều vào 2 can trước hết ta phải làm gì ? (*Tính tổng số lít dầu của 2 can*)

– Tính số lít dầu rót đều vào mỗi can ta làm thế nào ? (*Lấy tổng số lít dầu của hai can chia cho 2 ta được số lít dầu rót đều vào mỗi can*)

GV : Ta gọi số 5 là số trung bình cộng của hai số 6 và 4. Ta nói : Can thứ nhất có 6 *l*, can thứ hai có 4 *l*, trung bình mỗi can có 5 *l*.

– Hãy cho biết các bước thực hiện để tìm số trung bình cộng của 2 số ? (Ta thực hiện các bước sau : *Bước 1 :* Tìm tổng của hai số ; *Bước 2 :* Lấy tổng của hai số đó chia cho 2).

*Bài toán 2 :* Số HS của ba lớp lần lượt là 25 em, 27 em, 32 em. Hỏi trung bình mỗi lớp có bao nhiêu HS ?

Giống như *bài toán 1*, GV hướng dẫn HS giải, HS sẽ chỉ ra được trung bình mỗi lớp có số HS là 28.

Tương tự, tìm số trung bình cộng của : bốn số (tính tổng của bốn số đó, rồi chia tổng đó cho 4 ; năm số (tính tổng của năm số đó, rồi chia tổng đó cho 5) ; ... Muốn tìm *số trung bình cộng* của nhiều số ta làm thế nào ? (*Muốn tìm số trung bình cộng của nhiều số, ta tính tổng của các số đó, rồi chia tổng đó cho số các số hạng).*

Như vậy, từ hai bài toán cụ thể, GV giúp HS khái quát thành quy tắc chung về cách tìm *số trung bình cộng* của nhiều số qua công thức khái quát tìm *số trung bình cộng* của : Hai số : (a + b) : 2 ; Ba số : (a + b + c) : 3 ; Bốn số : (a + b + c + d) : 4 ; ... *Khái quát hóa* thường đi cùng với *đặc biệt hóa*, chúng là hai quá trình hoạt động trái ngược nhau. Đặc biệt hóa là xét một trường hợp cụ thể nằm trong cái chung, có tác dụng kiểm chứng giả thuyết.

*Ví dụ 2 :* Tìm số số hạng của dãy số sau : 1, 3, 5, 7, ... , 29, 31 (*giải dựa vào bài toán trồng cây cả 2 đầu đường*).

*Lời giải :*

Số hạng cuối hơn số hạng đầu là : 31 – 1 = 30 (đơn vị)

Số hạng liền sau hơn số hạng liền trước là : 3 – 1 = 2 (đơn vị)

Số số hạng của dãy số trên là : (30 : 2) + 1 = 16.

Từ bài toán trên, ta có thể tổng quát thành công thức : Cho dãy cộng $u_1$, $u_2$, $u_3$, ... , $u_n$ (*$u_1$ gọi là số hạng đầu, $u_2$ là số hạng thứ 2, ... , $u_n$ là số hạng thứ n*). Ta có công thức tính số số hạng của dãy là : $n = (u_n - u_1) : d + 1$ (*n là số số hạng của dãy ; d không đổi, là công sai của cấp số cộng*). Dãy cộng là một dãy số trong đó mỗi số hạng đứng sau bằng số hạng đứng ngay trước cộng với một số d không đổi.

Biện pháp này đưa ra nhằm góp phần rèn luyện tính khái quát, thấy được cái chung trong nhiều cái riêng lẻ, rút ra cái tổng thể để vận dụng rộng hơn.

# §3. RÈN LUYỆN TƯ DUY ĐỘC LẬP

## 1. Tư duy độc lập

Là tư duy tồn tại mà không dựa vào ai. Tư duy độc lập có thể hiểu là tính độc lập nhận thức của HS trong quá trình học tập. Tính độc lập là năng lực của cá nhân HS tham gia hoạt động mà không có sự can thiệp từ bên ngoài.

Theo nghĩa rộng, bản chất của tính độc lập nhận thức là sự chuẩn bị về mặt tâm lí cho sự tự học. Theo nghĩa hẹp, tính độc lập nhận thức là năng lực nhu cầu học tập và tổ chức học tập, cho phép HS tự học.

## 2. Các đặc trưng của tư duy độc lập

### *2.1. Tính tự học*

Là quá trình tự mình hoạt động, lĩnh hội tri thức khoa học và rèn luyện kĩ năng thực hành không có sự hướng dẫn trực tiếp của GV và sự quản lí trực tiếp của cơ sở giáo dục, đào tạo.

*Chú ý* : Người tự học phải biết cách lựa chọn tài liệu, phải biết cách ghi chép những điều cần thiết. Sau đó tổng hợp lại và vận dụng vào thực tế bài tập.

Đối với HS ở cấp Tiểu học thì tính tự học chưa cao và khả năng tự học của HS còn thấp, phần lớn việc học là do phụ huynh quyết định. Ý thức học tập của các em còn hạn chế nên việc tự học là rất khó.

Phải hình thành cho các em một thói quen học bài và hình thành niềm hăng say học bài, đó cũng chính là biểu hiện của sự tự học ở HS.

Tự học có các cấp độ sau : Tự học ở mức cao (*nghiên cứu*), tự học có hướng dẫn. Đối với HS Tiểu học thì chủ yếu là tự học có hướng dẫn (học giáp mặt trên lớp và về nhà tự học có hướng dẫn).

### *2.2. Tính sáng tạo*

Là tạo ra được cái gì mới (đối với HS, cái mới có thể chỉ là những cách giải mới trong một bài toán).

### *2.3. Tính nhuần nhuyễn*

Nhuần nhuyễn là thành thạo. Tức là xây dựng cho HS những bài toán có PP giải để HS rèn luyện khả năng giải nhuần nhuyễn.

## 3. Rèn luyện tư duy độc lập cho học sinh khi dạy học môn Toán

### *3.1. Rèn luyện tính tự học*

a. *Xây dựng hệ thống các bài toán có cách giải đơn giản, dễ hiểu để học sinh tự giải*

Đối với HS Tiểu học thì ý thức tự học của các em chưa cao. Vì vậy, GV và phụ huynh phải thường xuyên kèm cặp nhắc nhở các em.

Tuy nhiên nếu kích thích được khả năng ham học ở trẻ thì ý thức tự học của các em sẽ được nâng cao hơn. Việc xây dựng được hệ thống các bài toán có cách giải đơn giản, dễ hiểu cũng là một biện pháp góp phần bước đầu giúp cho các em ham học hỏi và rèn luyện tính tự học của mình.

Những bài toán đơn giản, dễ hiểu sẽ giúp các em có kĩ năng giải toán, biết được các bước giải, hiểu được bài toán cơ bản để từ đó có khả năng giải được những bài toán khó hơn.

Những bài toán đơn giản, dễ hiểu thường thuộc loại toán đơn hay loại toán áp dụng kiến thức mới học vào bài tập. Có thể nói, đây là những bài toán có dạng cụ thể, chỉ cần thay số và thực hiện phép tính mà thôi.

Việc xây dựng hệ thống các bài toán đơn giản cũng góp phần làm cho HS yêu thích môn Toán hơn.

*Ví dụ 1 (giải các bài toán đơn) :* Đối với những bài toán đơn thì việc giải bài toán rất đơn giản, chỉ cần thực hiện một phép tính. Các bài toán loại này chủ yếu dùng để áp dụng kiến thức vừa học vào giải toán hoặc đây là những bài toán dành cho HS trung bình. Các bài toán này cũng chỉ có một cách giải mà thôi.

*Chẳng hạn :* Trường em có 318 HS nam. Số HS nữ nhiều hơn số HS nam 107 bạn. Hỏi trường em có bao nhiêu HS nữ ?

*Lời giải :* Số HS nữ là : 318 + 107 = 425 (HS)

*Ví dụ 2 (giải các bài toán hợp - có hai phép tính trở lên) :*

*Chẳng hạn :* Có hai bạn rủ nhau xếp thuyền. Nga xếp được 5 chiếc thuyền, Lan xếp được nhiều hơn Nga 2 chiếc thuyền. Hỏi cả hai bạn xếp được bao nhiêu chiếc thuyền ?

*Lời giải :* Số thuyền Lan xếp được là : 5 + 2 = 7 (cái)

Cả hai bạn xếp được số thuyền là : 5 + 7 = 12 ( cái)

*b. Xây dựng hệ thống các bài toán có dạng tương tự để học sinh tự giải*

Trong quá trình tự học, một khâu quan trọng là làm bài tập. Khi đứng trước một bài toán, HS phải tự hỏi "*bài toán này thuộc dạng toán nào ? PP giải bài toán đó như thế nào ?*". Nếu trả lời được các câu hỏi đó thì sẽ giúp ích rất lớn cho các em trong quá trình tự học. Vì vậy, việc xây dựng hệ thống các bài tập có dạng tương tự để HS tự giải sẽ rèn luyện được kĩ năng giải bài tập toán cho HS.

Trong mỗi một dạng, GV phải xây dựng được bài toán gốc, bài toán cơ bản, bài toán mẫu và các ví dụ, sau đó xây dựng hệ thống các bài tập tương tự và có thể là các bài nâng cao. Chẳng hạn, ta xét 3 dạng toán điển hình ở lớp 4 :

*– Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*

*Ví dụ 1 :* Tổng của hai số là 70. Hiệu của hai số đó là 10. Tìm hai số đó.

*Lời giải :* Hai lần số bé là : 70 – 10 = 60

Số bé là : 60 : 2 = 30

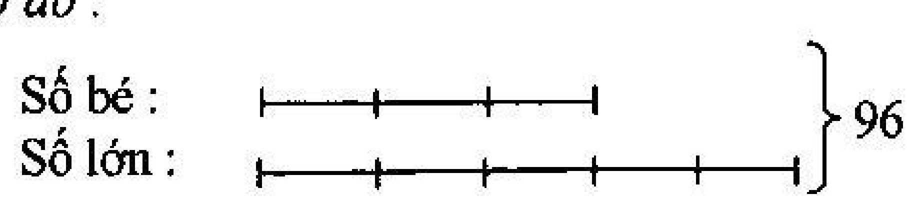
Số lớn là : 30 + 10 = 40

*Nhận xét :* Số bé = (Tổng – Hiệu) : 2 ; Số lớn = (Tổng + Hiệu) : 2

*– Dạng toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó*

*Ví dụ 2 :* Tổng của hai số là 96. Tỉ số của hai số đó là $\frac{3}{5}$. Tìm hai số đó.

*Ta có sơ đồ :*




*Lời giải :* Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là : 3 + 5 = 8 (phần)

Giá trị của mỗi phần bằng nhau là : 96 : 8 = 12

Số lớn là : 12 × 5 = 60

Số bé là : 12 × 3 = 36

*Nhận xét :* Đối với những bài toán thuộc dạng này thì các bước giải là :

*Bước 1 :* Vẽ sơ đồ.

*Bước 2 :* Tính tổng số phần bằng nhau.

*Bước 3 :* Tính giá trị của mỗi phần bằng nhau.

*Giá trị của mỗi phần bằng nhau = Tổng : Tổng số phần bằng nhau.*

*Bước 4 :* Tìm số lớn (ta cũng có thể tìm số bé trước).

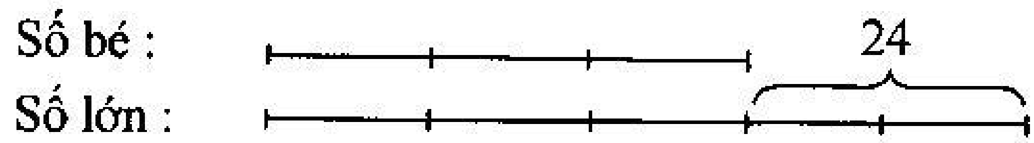
*Số lớn = Giá trị của mỗi phần bằng nhau × Số phần của số lớn.*

*Bước 5 :* Tìm số bé.

*– Dạng toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó*

*Ví dụ 3 :* Hiệu của hai số là 24. Tỉ số của hai số đó là $\frac{3}{5}$. Tìm hai số đó.

*Ta có sơ đồ :*




Theo sơ đồ, hiệu số phần bằng nhau là : 5 – 3 = 2 (phần)

Số bé là : 24 : 2 × 3 = 36

Số lớn là : 36 + 24 = 60

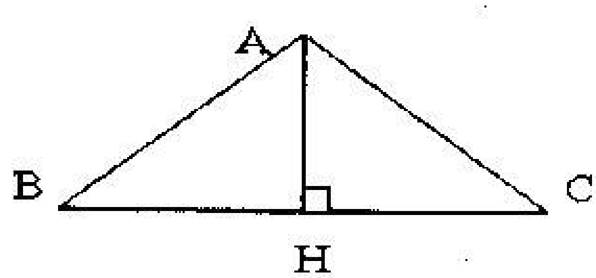
*Nhận xét :* Đối với dạng toán này, các bước giải cũng tương tự như các bước giải của dạng toán "*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ số của hai số đó*".

### 3.2. Rèn luyện tính sáng tạo, mềm dẻo, nhuần nhuyễn

*a. Xây dựng hệ thống các bài toán nâng cao*

Để minh họa, ta xây dựng các bài toán nâng cao liên quan đến vấn đề "*Tìm diện tích*" của một số hình.

*– Hình tam giác :* Tam giác ABC. Với BC là đáy, AH là đường cao tương ứng với đáy BC. Độ dài AH là chiều cao. Muốn tính diện tích hình tam giác, ta lấy độ dài đáy nhân với chiều cao (cùng đơn vị đo) rồi chia cho 2.




S = a × h : 2 (*S : Diện tích ; a : Độ dài đáy ; h : Chiều cao*).

*Ví dụ 1 :* Tính diện tích tam giác ABC, biết BC bằng 7 cm, chiều cao AH bằng 4 cm.

*Lời giải :* Diện tích tam giác là : $7 \times 4 : 2 = 14$ ($cm^2$)

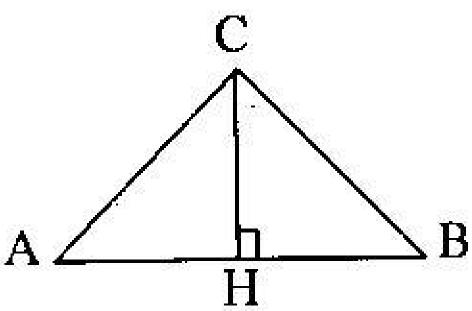
*Ví dụ 2 :* Cho tam giác vuông ABC, vuông tại A, có diện tích 24 $cm^2$, AC bằng 6 cm. Hỏi cạch AB bằng bao nhiêu xăng-ti-mét ?

*Lời giải :* Cạnh AB dài là : $24 \times 2 : 6 = 8$ (cm)

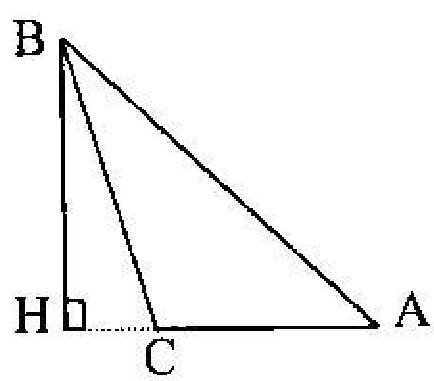
*Nhận xét :*

+ Đối với tam giác vuông thì đường cao ứng với một cạnh góc vuông của tam giác. Từ công thức tính diện tích ta tính được : $h = S \times 2 : a$ nên $a = S \times 2 : h$.

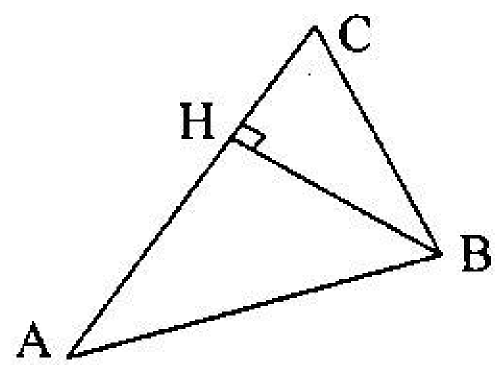
+ Khó khăn mà HS gặp trong các bài toán này đó là không xác định được cạnh đáy, GV cần lưu ý để giảng cho HS.




*Hình 1.*
CH là đường cao
AB là đáy

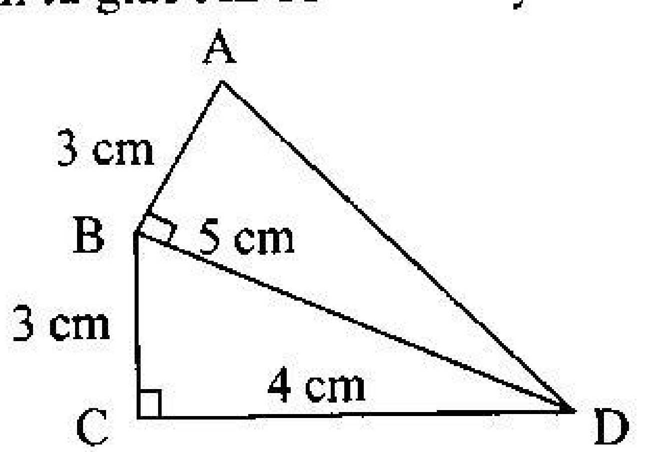



*Hình 2.*
BH là đường cao
AC là đáy




*Hình 3.*
BH là đường cao
AC là đáy

*Ví dụ 3 :* Tính diện tích hình tứ giác ABCD dưới đây.




*Hướng dẫn giải :*

+ Theo hình vẽ, ta thấy diện tích tứ giác ABCD bằng tổng diện tích hai hình tam giác vuông ABD và BCD.

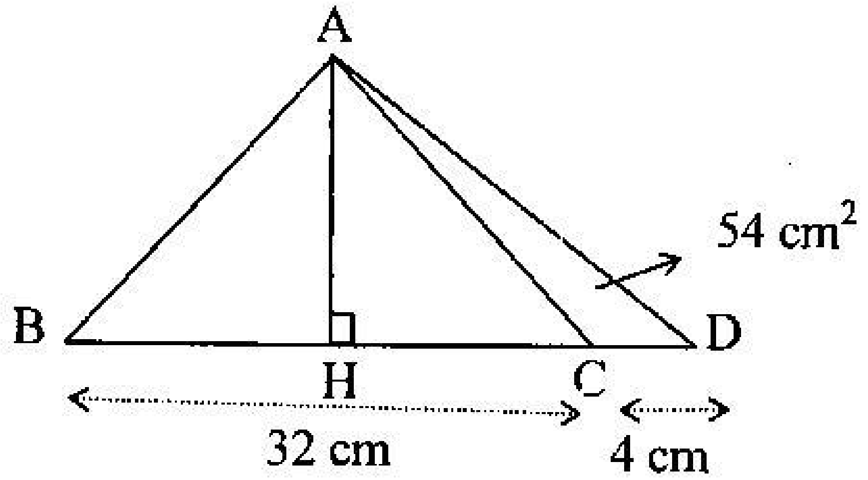
+ Hình tam giác vuông ABD có : AB vừa là cạnh tam giác vừa là đường cao, BD là cạnh đáy ứng với đường cao AB. Ta có : AB = 3 cm, BD = 5 cm. Tính diện tích tam giác ABD : $3 \times 5 : 2 = 7{,}5$ ($cm^2$)

+ Hình tam giác vuông BCD có : BC vừa là cạnh tam giác vừa là đường cao, CD là đáy ứng với đường cao BC. Ta có : BC = 3 cm, CD = 4 cm. Tính diện tích tam giác BCD : $3 \times 4 : 2 = 6$ ($cm^2$).

+ Diện tích của tứ giác ABCD là : $7{,}5 + 6 = 13{,}5$ ($cm^2$).

*Ví dụ 4 :* Cho tam giác ABC có số đo cạnh BC bằng 32 cm, biết rằng nếu kéo dài đoạn BC thêm 4 cm thì diện tích tam giác sẽ tăng thêm 54 $cm^2$. Hỏi tam giác ABC có diện tích bằng bao nhiêu ?

*Hướng dẫn giải :*



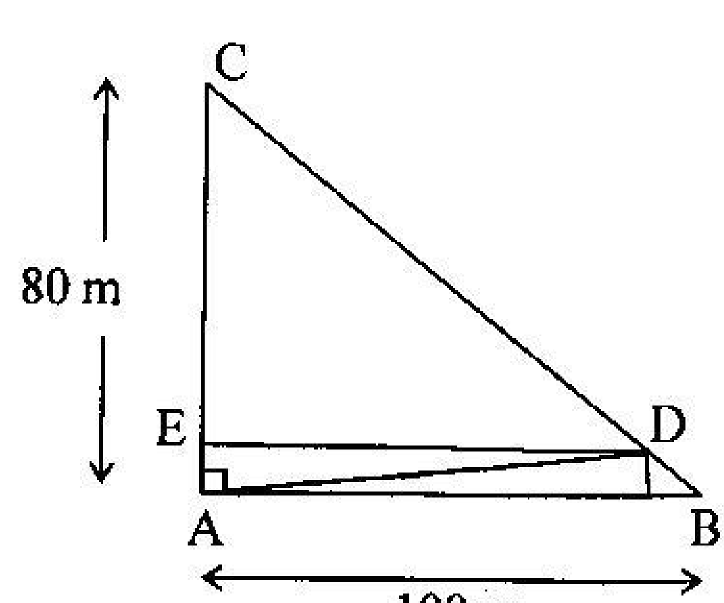

+ Nếu gọi đoạn kéo dài của cạnh BC là CD thì số đo cạnh CD bằng 4 cm và diện tích tam giác ACD bằng 54 $cm^2$.

+ Chiều cao AH của tam giác ABC cũng là chiều cao của tam giác ACD :

$$54 \times 2 : 4 = 27 \text{ (cm)}$$

+ Diện tích tam giác ABC là : $27 \times 32 : 2 = 432$ ($cm^2$)

*Ví dụ 5 :* Nhà em có một thửa ruộng hình tam giác vuông ABC có cạnh AB bằng 100 m nằm áp sát một con đường và cạnh AC bằng 80 m. Năm nay nhà nước mở rộng con đường thêm 10 m dọc theo cạnh AB. Tính diện tích phần đất nhà nước đã thu hồi để mở rộng đường ?




*Hướng dẫn :* Theo hình vẽ ta thấy phần đất nhà nước thu hồi về có dạng hình thang (ABDE), có đáy lớn AB bằng 100 m, chiều cao AE bằng 10 m. Ta phải tìm đáy bé DE.

Tính diện tích tam giác ABC : $100 \times 80 : 2 = 4000$ ($m^2$)

Tính diện tích tam giác ABD : $10 \times 100 : 2 = 500$ ($m^2$)

Tính diện tích tam giác DAC : $4000 - 500 = 3500$ ($m^2$)

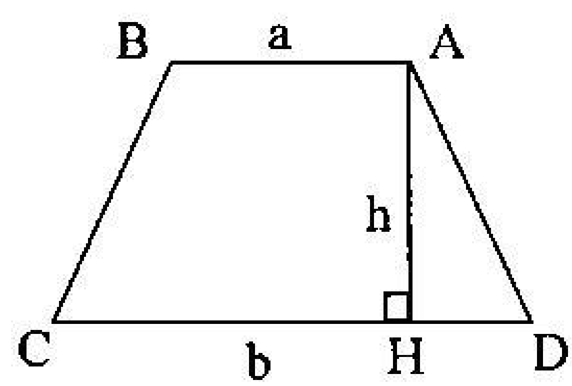
DE là chiều cao của tam giác ADE : $3500 \times 2 : 100 = 70$ (m)

Tính tích hình thang ABDE : $(100 + 70) \times 10 : 2 = 850$ ($m^2$)

Vậy diện tích phần đất nhà nước thu hồi là 850 $m^2$.

– *Hình thang* : Hình thang là hình có một cặp cạnh đối diện song song. Diện tích hình thang bằng tổng độ dài hai đáy nhân với chiều cao (cùng một đơn vị đo) rồi chia cho 2.

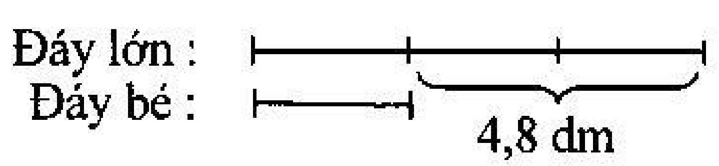
$S = [(a + b) \times h] : 2$ (S là diện tích ; a, b là độ dài các cạnh đáy ; h là chiều cao).




*Ví dụ 1* : Một hình thang có đáy lớn gấp 3 lần đáy bé và hơn đáy bé là 4,8 dm. Tính diện tích hình thang đó biết chiều cao hình thang bằng $\frac{1}{2}$ đáy lớn.

*Hướng dẫn giải* :

Đối với bài toán này đầu tiên chúng ta phải tìm hai đáy của hình thang. Ta trở về với bài toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ. Ta có sơ đồ :




Sau khi tìm được hai đáy, ta tìm chiều cao rồi tính được diện tích.

*Ví dụ 2* : Một thửa ruộng hình thang có đáy lớn 84 m, đáy bé kém đáy lớn 18,4 m, chiều cao bằng trung bình cộng của hai đáy. Tính diện tích của thửa ruộng đó.

*Hướng dẫn giải* : Ta phải xác định đủ ba dữ kiện là đáy lớn, đáy bé, chiều cao.

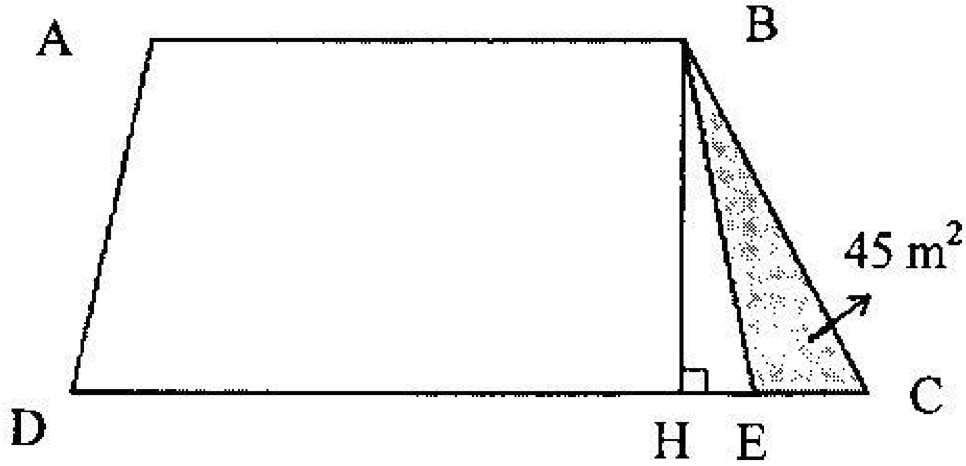
Đề bài đã cho đáy lớn : 84 m.

Đáy bé kém đáy lớn 18,4 m : $84 - 18,4 = 65,6$ (m)

Chiều cao bằng trung bình cộng của hai đáy : $(84 + 65,6) : 2 = 74,8$ (m).

Theo công thức, ta tính được diện tích của hình thang.

*Ví dụ 3 :* Một thửa ruộng hình thang có đáy lớn 30 m, đáy bé 24 m. Người ta mở rộng đáy lớn thêm 6 m thì diện tích tăng thêm 45 $m^2$. Tính diện tích của thửa ruộng hình thang ban đầu.




*Hướng dẫn giải :* Bài toán đã cho đáy lớn và đáy bé, chúng ta cần tìm chiều cao của hình thang. Khi mở rộng đáy của hình thang, phần diện tích tăng thêm chính là diện tích của tam giác có chiều cao cũng chính là chiều cao của hình thang. Chiều cao đó được tính như sau : $45 \times 2 : 6 = 15$ (m).

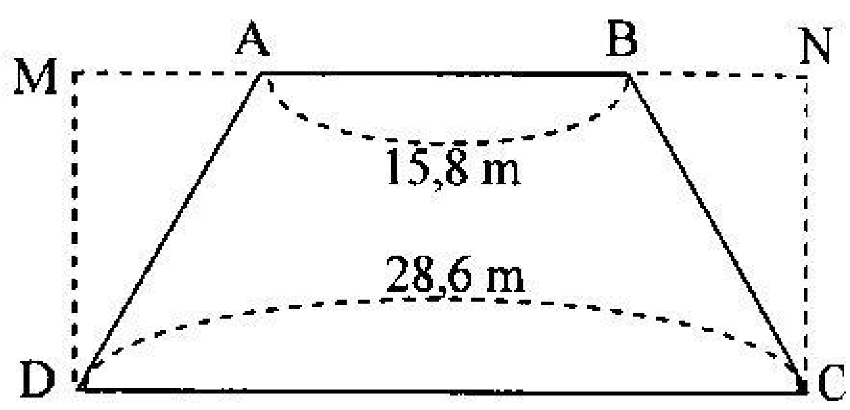
Diện tích thửa ruộng hình thang ban đầu là : $(30 + 24) \times 15 : 2 = 405$ ($m^2$).

*Ví dụ 4 :* Một mảnh đất hình thang có đáy lớn 28,6 m, đáy bé 15,8 m. Người ta mở rộng hai phía để mảnh đất thành hình chữ nhật có chiều dài bằng đáy lớn hình thang. Tính diện tích mảnh đất ban đầu, biết diện tích tăng thêm 51,2 $m^2$.

*Hướng dẫn giải :*

Đáy bé của hình thang tăng thêm là :

$$28{,}6 - 15{,}8 = 12{,}8 \text{ (m)}$$



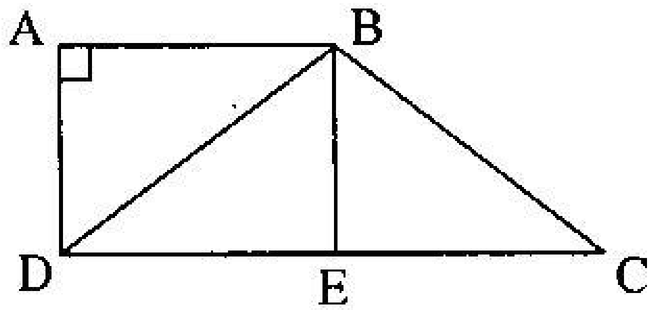

Theo hình vẽ ta thấy phần mở rộng là 2 mảnh đất hình tam giác có chiều cao cũng là chiều cao của hình thang và tổng độ dài hai đáy là 12,8 m. Do đó chiều cao phần mở rộng hay chiều cao của hình thang là : $51{,}2 \times 2 : 12{,}8 = 8$ (m)

Diện tích mảnh đất ban đầu là : $(28{,}6 + 15{,}8) \times 8 : 2 = 177{,}6$ ($m^2$).

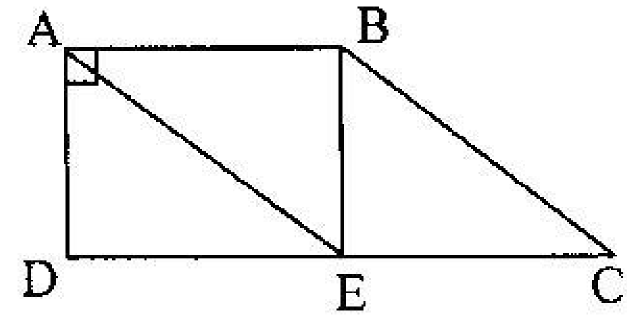
*Ví dụ 5 :* Cho hình thang ABCD vuông ở A và D, có đáy nhỏ AB bằng $\frac{1}{2}$ đáy lớn CD. Hãy chia hình thang ABCD đã cho thành 3 tam giác có diện tích bằng nhau.

*Hướng dẫn :* Ta có thể chia hình thang ABCD thành 3 tam giác có diện tích bằng nhau như sau (E là trung điểm của CD, G là trung điểm của AD) :

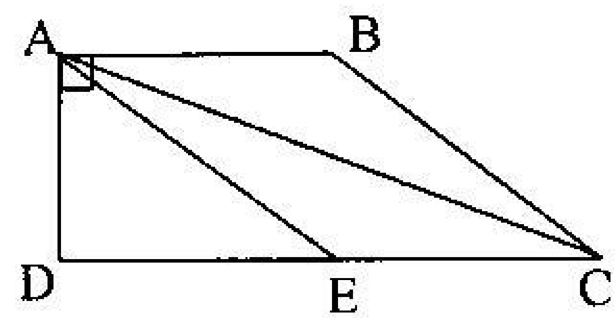
*Cách 1 :* Các tam giác ABD, EDB và ECB có các đường cao AD và BE bằng nhau, các cạnh đáy AB, DE, EC cũng bằng nhau nên ba tam giác nay có diện tích bằng nhau.



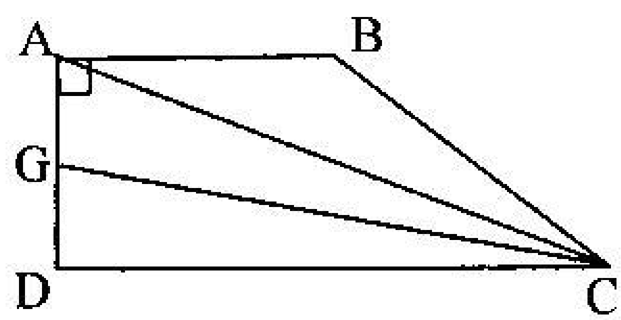

*Cách 2 :* Tương tự như cách 1, các tam giác BAE, DEA, ECB cũng có diện tích bằng nhau.




*Cách 3 :* Các tam giác ABC, ACE, ADE có các cạnh đáy bằng nhau : AB, DE, EC ; có chung đường cao AD nên có diện tích bằng nhau.




*Cách 4 :* Các tam giác ABC, ACG, CDG có có diện tích bằng nhau. Từ *cách 3*, ta chỉ cần chứng minh hai tam giác CAG, CDG có diện tích bằng nhau.

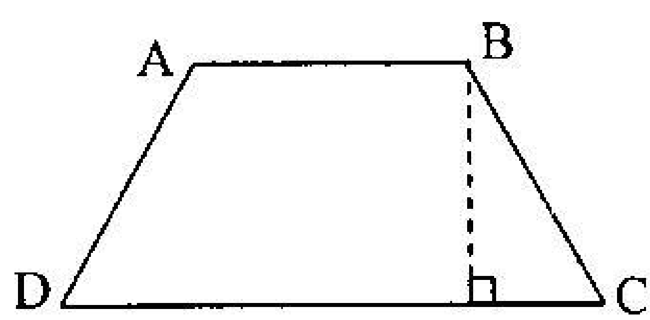



*Gợi ý :* Ta còn có cách chia khác không ?

*Ví dụ 6 :* Một tờ bìa hình thang có diện tích 86,4 $cm^2$.

a) Tính độ dài mỗi đáy của hình thang, biết đáy bé bằng $\frac{1}{2}$ đáy lớn và chiều cao bằng 9 cm.

b) Tờ bìa hình thang đã cho có thể cắt thành ba phần và ghép lại (không chồng lên nhau) để được một hình chữ nhật. Em hãy vẽ hình thể hiện các cách cắt ghép của mình.



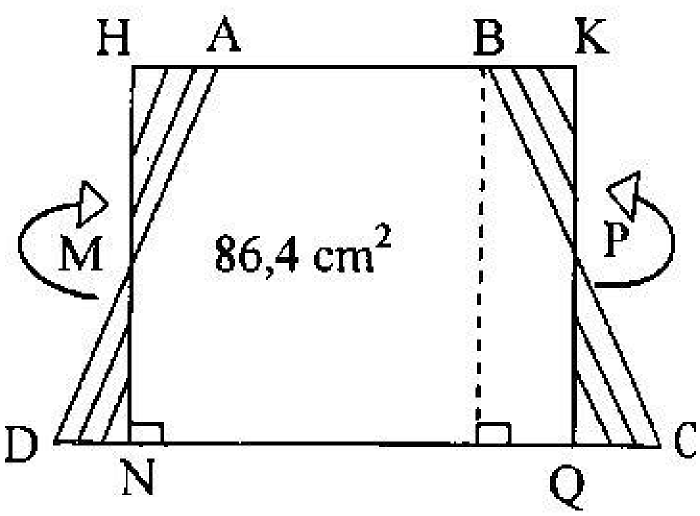

*Hướng dẫn giải :*

a) Từ công thức tính diện tích hình thang, ta tính được tổng độ dài hai đáy của hình thang ABCD là : $86,4 \times 2 : 9 = 19,2$ (cm). Theo bài toán thì độ dài đáy bé bằng $\frac{1}{2}$ độ dài đáy lớn, áp dụng bài toán tìm hai số khi biết tổng và tỉ với đáy lớn ứng với số lớn, đáy bé ứng với số bé, có tổng là 19,2 tỉ số là $\frac{1}{2}$, ta tính được :

Đáy lớn của hình thang là : $19,2 : (1 + 2) = 6,4$ (cm)

Độ dài đáy bé của hình thang là : $9,2 - 6,4 = 2,8$ (cm).

b) Ta thực hiện các bước như sau :




+ Lấy điểm M chính giữa AD ; điểm P chính giữa BC.

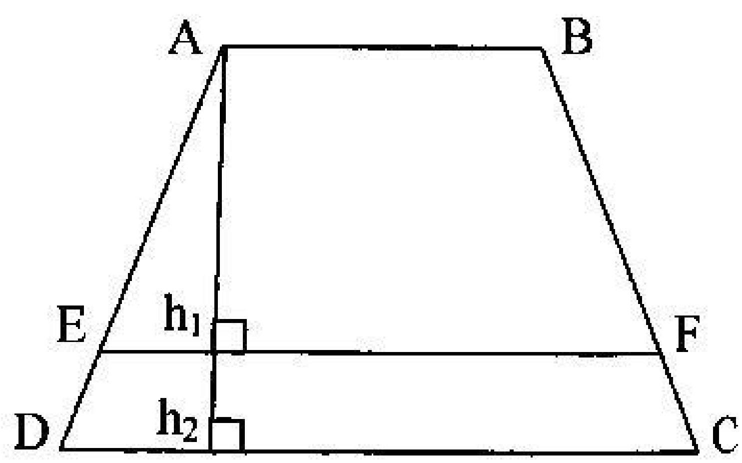
+ Từ M kẻ đoạn thẳng MN vuông gốc với DC ; từ P kẻ đoạn thẳng PQ vuông góc với DC.

+ Cắt theo MN và cắt theo PQ được ba phần là : MND, PQC và ABPQNM.

+ Ghép hình tam giác MND vào vị trí MHA và hình tam giác PQC vào vị trí PKB (như hình vẽ) ta được hình chữ nhật HKQN.

*Ví dụ 7 :* Một hình thang ABCD có đáy nhỏ AB bằng 7 m, đáy lớn CD bằng 17 m, được chia thành hai hình thang có đáy chung EF bằng 13 m. Hãy so sánh diện tích hai hình thang có đáy chung nói trên.

*Hướng dẫn giải :*




Để so sánh diện tích hai hình thang ABEF và EFCD có đáy chung CD thì ta phải tính được diện tích của hai hình thang đó.

Từ công thức tính diện tích hình thang :

Hình thang ABFE có : đáy lớn EF bằng 13 m, đáy nhỏ AB bằng 7 m và chiều cao $h_1$.
Ta có : $S_{ABFE} = [(7 + 13) \times h_1] : 2 = 10 \times h_1$

Hình thang EFCD có đáy lớn CD bằng 17 m, đáy nhỏ EF bằng 13 m và chiều cao $h_2$. Ta có : $S_{EFCD} = [(13 + 17) \times h_2] : 2 = 15 \times h_2$.

Hình thang ABCD có đáy lớn CD bằng 17 m, đáy nhỏ AB bằng 7 m và chiều cao $h_1 + h_2$. Ta có :

$S_{ABCD} = [(17 + 7) \times (h_1 + h_2)] : 2 = 12 \times (h_1 + h_2) = 12 \times h_1 + 12 \times h_2$ (1)

Mà $S_{ABCD} = S_{ABFE} + S_{EFCD} = 10 \times h_1 + 15 \times h_2$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra : $2 \times h_1 = 3 \times h_2$ hay $\frac{h_1}{h_2} = \frac{3}{2}$ (3)

Lập tỉ số giữa diện tích của hai hình thang ABEF với EFCD :

$$S_{ABFE} : S_{EFCD} = (10 \times h_1) : (15 \times h_2) = \frac{10}{15} \times \frac{h_1}{h_2} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1.$$

Suy ra hai hình thang ABEF và EFCD có diện tích bằng nhau.

*b. Xây dựng hệ thống bài toán có nhiều cách giải*

Một số bài toán thường có nhiều cách giải, việc nghiên cứu bài toàn để đưa ra các cách giải khác nhau sẽ kích thích được tính tích cực của HS. Với các cách giải khác nhau HS sẽ hiểu được bài toán qua nhiều khía cạnh và sâu sắc hơn.

Trong quá trình giải toán, GV cần phải yêu cầu HS suy nghĩ tìm tòi, sáng tạo nhiều cách giải, cách giải hay giúp HS hình thành tính *mềm dẻo, nhuần nhuyễn* và *linh hoạt* của tư duy, tạo cho HS thấy được sự lí thú trong khi học môn Toán.

Khi tìm ra càng nhiều cách giải khác nhau, HS càng củng cố được kiến thức, càng tạo được niềm tin và lòng say mê giải toán cho các em, từ đó nâng cao ý thức tự học.

*Sau đây là một số bài toán có nhiều cách giải :*

*Ví dụ 1 :* Tìm tất cả các số chẵn có ba chữ số mà khi chia mỗi số đó cho 9 ta được thương là số có ba chữ số.

*Lời giải :*

– *Cách 1 :* Trong phép chia hết, số bị chia bằng thương nhân với số chia. Số bị chia và thương đều là số có ba chữ số. Vì số bị chia là số chẵn và số chia là số lẻ (9) nên thương phải là số chẵn. Mà thương nhỏ nhất có ba chữ số là 100 nên các số phải tìm là : $100 \times 9 = 900$ ; $102 \times 9 = 918$ ; $104 \times 9 = 936$ ; $106 \times 9 = 954$ ; $108 \times 9 = 972$ ; $110 \times 9 = 990$ ; $112 \times 9 = 1008$ (*loại*).

Các số cần tìm là : 900 ; 918 ; 936 ; 954 ; 972 ; 990.

– *Cách 2 :* Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ ( $a \neq 0$ ; a, b, $c < 10$). Theo đề bài thì thương có ba chữ số nên a = 9. Vì $\overline{abc}$ chẵn nên c = 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8.

Ta có : $\overline{9b0}$ ⋮ 9 nên b = 0 hoặc b = 9. Ta tìm được các số 900 ; 990.

$\overline{9b2}$ ⋮ 9 nên b = 7. Ta tìm được số 972.

$\overline{9b4}$ ⋮ 9 nên b = 5. Ta tìm được số 954.

$\overline{9b6}$ ⋮ 9 nên b = 3. Ta tìm được số 936.

$\overline{9b8}$ ⋮ 9 nên b = 1. Ta tìm được số 918.

Các số cần tìm là : 900 ; 918 ; 936 ; 954 ; 972 ; 990.

– *Cách 3 :* Vì số bị chia là số chẵn và số chia là số lẻ nên thương phải là số chẵn. Thương nhỏ nhất là 100 nên số bị chia nhỏ nhất là : $100 \times 9 = 900$.

Số bị chia là số chẵn chia hết cho 9 nên số đó vừa chia hết cho 2, vừa chia hết cho 9. Vì thế số đó chia hết cho 18. Vậy các số phải tìm tạo thành dãy số cách đều là 18. Các số đó là : 900 ; 900 + 18 = 918 ; 918 + 18 = 936 ; 936 + 18 = 954 ; 954 + 18 = 972 ; 972 + 18 = 990 ; 990 + 18 = 1018 (*loại*).

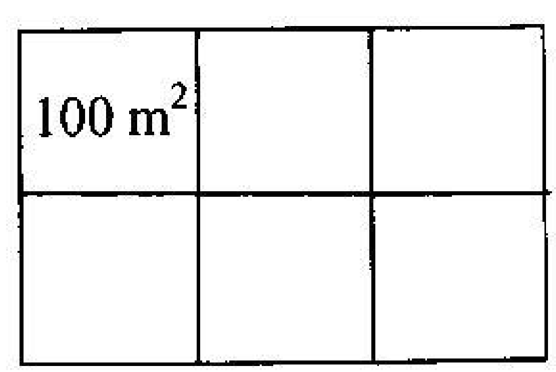
Các số cần tìm là : 900 ; 918 ; 936 ; 954 ; 972 ; 990.

*Ví dụ 2 :* Tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó. Tính chu vi hình chữ nhật, biết diện tích của nó là 600 $m^2$.

*Lời giải :*

Vì tổng độ dài hai cạnh hình chữ nhật gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó, nên chiều dài gấp rưỡi chiều rộng. ta có thể giải bằng các cách sau :

– *Cách 1 :* Vì chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên khi chia chiều dài làm 3 phần, chiều rộng làm 2 phần thì hình chữ nhật có thể chia thành 6 hình vuông nhỏ bằng nhau (*hình vẽ*).




Diện tích mỗi hình vuông nhỏ là : 600 : 6 = 100 ($m^2$)

Ta thấy $10 \times 10 = 100$ nên cạnh của hình vuông nhỏ là 10 m.

Chiều dài hình chữ nhật là : $10 \times 3 = 30$ (m)

Chiều rộng của hình chữ nhật là : $10 \times 2 = 20$ (m)

Chu vi của hình chữ nhật là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m)

– *Cách 2 :* Một hình chữ nhật có chiều dài là 3 m chiều rộng là 2 m thì diện tích của hình đó là : $3 \times 2 = 6$ ($m^2$). Hình chữ nhật này thoả mãn tổng độ dài hai cạnh gấp 5 lần hiệu độ dài hai cạnh đó.

Vì 600 : 6 = 100 nên ta có :

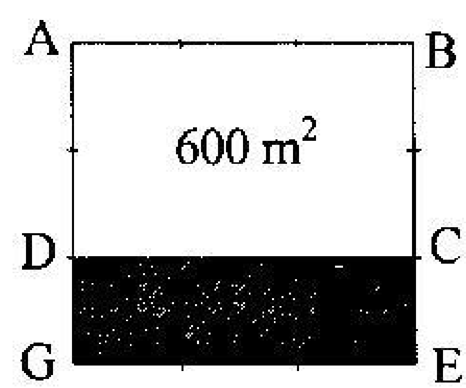
$3 \times 2 \times 100 = 6 \times 100$ ($m^2$) ; $3 \times 2 \times 10 \times 10 = 600$ ($m^2$) ;

$3 \times 10 \times 2 \times 10 = 600$ ($m^2$) ; $30 \times 20 = 600$ ( $m^2$).

Do đó hình chữ nhật đã cho có chiều dài là 30 m chiều rộng là 20 m.

Chu vi của hình chữ nhật là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m).

– *Cách 3 :* Vẽ hình chữ nhật ABCD có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng :




Nếu kéo dài chiều rộng thêm $\frac{1}{2}$ số đo của nó thì được hình vuông ABEG.

Vì hình chữ nhật DCEG và hình chữ nhật ABCD có cùng chiều dài và có chiều rộng $DG = \frac{1}{2}AD$ nên $S_{DCEG} = \frac{1}{2}S_{ABCD} = 600 : 2 = 300$ ($m^2$)

Diện tích hình vuông ABEG là : 600 + 300 = 900 ($m^2$)

Vì $30 \times 30 = 900$ nên AB = 30 m và $BC = 30 \times \frac{2}{3} = 20$ (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m)

*Nhận xét :* Ta có thể làm tương tự bằng cách giảm chiều dài đi $\frac{1}{3}$ số đo của nó.

– *Cách 4 :* Gọi chiều dài hình chữ nhật là a, chiều rộng hình chữ nhật là b.

Theo đề bài ta có : $a \times b = 600$ ($m^2$). Vì hình chữ nhật có chiều dài gấp rưỡi chiều rộng nên $b = \frac{2}{3} \times a$. Ta có : $a \times b = 600$ ($m^2$) ; $a \times \frac{2}{3}a = 600$ ($m^2$) ;

$a \times a = 600 : \frac{2}{3}$ ($m^2$) ; $a \times a = 900$ ($m^2$) ; $a \times a = 30 \times 30$ ($m^2$) ; a = 30 (m) ;

$b = 30 \times \frac{2}{3} = 20$ (m).

Chu vi hình chữ nhật ABCD là : $(30 + 20) \times 2 = 100$ (m)

*Ví dụ 3* : Có 3 thùng gạo. Lấy $\frac{1}{3}$ số gạo ở thùng A đổ vào thùng B rồi đổ $\frac{1}{4}$ số gạo có tất cả ở thùng B vào thùng C, sau đó đổ $\frac{1}{10}$ số gạo có tất cả ở thùng C vào thùng A thì lúc ấy số gạo ở mỗi thùng đều bằng 18 kg. Hỏi lúc đầu mỗi thùng có bao nhiêu ki-lô-gam gạo ?

*Lời giải :*

*– Cách 1 :*

Số gạo ở thùng C trước khi đổ $\frac{1}{10}$ số gạo sang thùng A là :

$$18 : (10 - 1) \times 10 = 20 \text{ (kg)}$$

Số gạo ở thùng A có trước khi nhận số gạo từ thùng C là :

$$18 - (20 - 18) = 16 \text{ (kg)}$$

Số gạo ở thùng B trước khi đổ $\frac{1}{4}$ số gạo sang thùng C là :

$$18 : (1 - \frac{1}{4}) = 24 \text{ (kg)}$$

Số gạo lúc đầu ở thùng C có là : $20 - (24 - 18) = 14$ (kg)

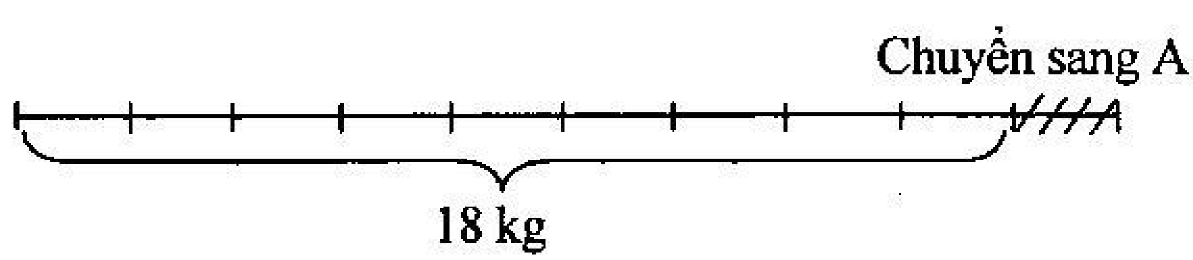
Số gạo lúc đầu ở thùng A có là : $16 : (1 - \frac{1}{3}) = 24$ (kg)

Số gạo lúc đầu ở thùng B có là : $18 \times 3 - (14 + 24) = 16$ (kg)

*– Cách 2 :*

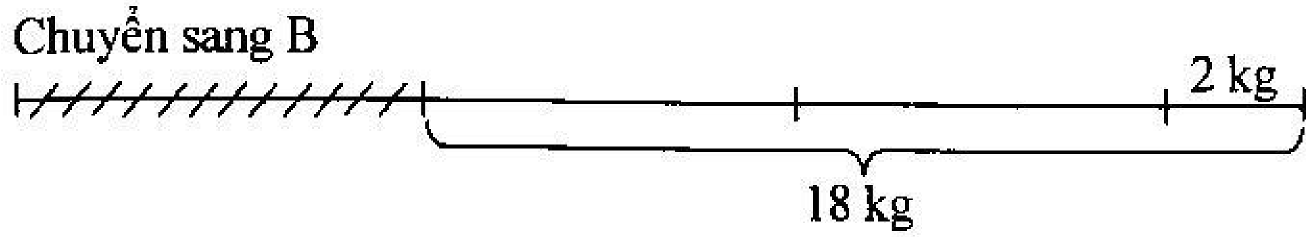
Sau 3 lần chuyển gạo từ thùng A sang thùng B, từ thùng B sang thùng C và từ thùng C sang thùng A thì mỗi thùng đều có 18 kg gạo.

Ta có sơ đồ số gạo ở thùng C sau khi nhận và chuyển :




Số gạo chuyển từ thùng C sang thùng A là : $18 : (10 - 1) = 2$ (kg).

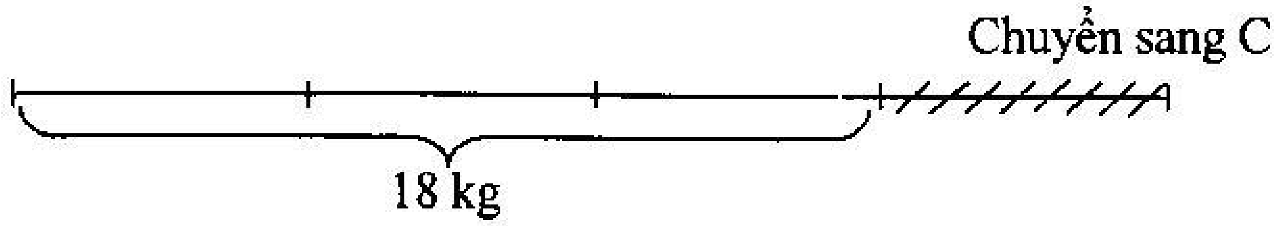
Ta có sơ đồ số gạo ở thùng A sau khi chuyển và nhận 2 kg :




Số gạo chuyển từ thùng A sang thùng B là : (18 – 2) : (3 – 1) = 8 (kg)

Số gạo lúc đầu ở thùng A là : 8 × 3 = 24 (kg)

Ta có sơ đồ số gạo ở thùng B sau khi nhận 8 kg và chuyển sang thùng C :




Số gạo chuyển từ thùng B sang thùng C là : 18 : (4 – 1) = 6 (kg)

Số gạo lúc đầu ở thùng B là : 18 – 8 + 6 = 16 (kg)

Số gạo lúc đầu ở thùng C là : 18 – 6 + 2 = 14 (kg).

*Ví dụ 4 :* Một người mua 3 cái bàn và 5 cái ghế với tổng số tiền phải trả là 1 414 000 đồng. Giá một cái bàn đắt hơn giá một cái ghế là 226 000 đồng. Hỏi giá tiền của mỗi cái bàn và mỗi cái ghế là bao nhiêu ?

*Lời giải :*

*– Cách 1 :*

Giá tiền 1 cái bàn đắt hơn 1 cái ghế là 226 000 đồng.

Giả sử người đó đổi 1 cái ghế thành 1 cái bàn, tức là mua 4 cái bàn và 4 cái ghế thì số tiền phải trả tăng thêm là 226 000 đồng.

Số tiền mua 4 cái bàn và 4 cái ghế là :

1 414 000 + 226 000 = 1 640 000 (đồng)

Số tiền mua 1 cái bàn và 1 cái ghế là : 1 640 000 : 4 = 410 000 (đồng)

Giá tiền mua 1 cái ghế là : (410 000 – 226 000) : 2 = 92 000 (đồng)

Giá tiền mua 1 cái bàn là : 92 000 + 226 000 = 318 000 (đồng)

*– Cách 2 :*

Vì giá tiền 1 cái bàn đắt hơn 1 cái ghế là 226 000 đồng nên số tiền mua 3 cái bàn nhiều hơn số tiền mua 3 cái ghế là : 226 000 × 3 = 678 000 (đồng)

Giả sử đổi 3 cái bàn thành 3 cái ghế thì số tiền sẽ giảm 678 000 đồng.

Khi đó mua 8 cái ghế (3 + 5 = 8) hết số tiền là :

$$1\ 414\ 000 - 678\ 000 = 736\ 000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền 1 cái ghế là : 736 000 : 8 = 92 000 (đồng)

Số tiền mua 5 cái ghế là : 92 000 × 5 = 460 000 (đồng)

Số tiền mua 3 cái bàn là : 1 414 000 – 460 000 = 954 000 (đồng)

Số tiền mua 1 cái bàn là : 954 000 : 3 = 318 000 (đồng).

*Ví dụ 5 :* Có một khối lượng gạo đủ cho 16 người ăn trong 9 ngày. Vì số người thực ăn đông hơn dự kiến nên số gạo đó chỉ đủ ăn trong 4 ngày. Tính số người đến thêm, biết rằng khẩu phần gạo của mỗi người trong một ngày đều như nhau.

*Lời giải :*

– *Cách 1 :*

Nếu số gạo ăn hết trong 1 ngày thì số người ăn là : 16 × 9 = 144 (người)

Nếu số gạo ăn trong 4 ngày thì số người ăn là : 144 : 4 = 36 (người)

Số người đến thêm là : 36 – 16 = 20 (người)

– *Cách 2 :*

Có 16 người ăn hết số gạo trong 9 ngày.

Nếu chỉ 1 người thì số gạo đó ăn trong số ngày là : 9 × 16 = 144 (ngày)

Vì số gạo ăn trong 4 ngày đã hết nên số người ăn là : 144 : 4 = 36 (người)

Số người đến thêm là : 36 – 16 = 20 (người)

– *Cách 3 :*

Gọi số gạo cho 1 người ăn trong 1 ngày là 1 suất.

Số gạo đủ cho 16 người ăn trong 9 ngày là : 9 × 16 = 144 (suất)

Trong 4 ngày, 16 người ăn hết số gạo là : 4 × 16 = 64 (suất)

Số gạo còn lại cho số người đến thêm là : 144 : 64 = 80 (suất)

Số người đến thêm là : 80 : 4 = 20 (người)

– *Cách 3 :*

Gọi x là tổng số người ăn hết số gạo trong 4 ngày. Vì số lượng gạo không thay đổi nên số người và số ngày là hai đại lượng tỉ lệ nghịch.

Tỉ số của số ngày lúc đầu và số ngày lúc sau là $\frac{9}{4}$.

Do đó tỉ số của số người lúc đầu và số người lúc sau cũng là $\frac{4}{9}$.

Ta có $\frac{16}{x} = \frac{4}{9}$. Vì 16 : 4 = 4 nên $\frac{16}{x} = 1 \times \frac{4}{9}$ ; $\frac{16}{x} = \frac{4}{4} \times \frac{4}{9}$ ; $\frac{16}{x} = \frac{16}{36}$.

Do đó x = 36. Vậy số người đến thêm là : 36 – 16 = 20 (người)

*Ví dụ 6 :* Tìm 3 số lẻ liên tiếp có tổng bằng 111.

*Lời giải :*

– *Cách 1 :* Hai số lẻ liên tiếp hơn kém nhau hai đơn vị.

Số lẻ thứ nhất là : (111 – 2 × 3) : 3 = 35

Số lẻ thứ hai là : 35 + 2 = 37

Số lẻ thứ ba là : 37 + 2 = 39

– *Cách 2 :* Với ba số lẻ liên tiếp thì số ở giữa chính là số trung bình cộng của ba số đó. Số lẻ ở giữa là : 111 : 3 = 37

Số lẻ liền trước của 37 là : 37 – 2 = 35

Số lẻ liền sau của là : 37 + 2 = 39

c. *Chú trọng tới việc xây dựng hệ thống các bài toán đơn giản nhằm khắc sâu khái niệm và hình thành tri thức nền tảng*

Quá trình nhận thức của con người về tự nhiên bắt đầu bằng những cảm giác, tri giác và biểu tượng, tiếp đó là giai đoạn hình thành khái niệm.

Trong môn Toán thì khái niệm đóng vai trò nền tảng. Việc hình thành các khái niệm là tiền đề để tạo nên khả năng vận dụng hiệu quả các kiến thức đã học, đồng thời phát triển trí tuệ và thế giới quan duy vật biện chứng cho HS.

Khi DH các khái niệm toán học, nếu chúng ta xây dựng được hệ thống các bài toán đơn giản nhằm khắc sâu khái niệm, hình thành tri thức nền tảng cho HS thì khả năng tự học của HS cũng được nâng cao.

*Chẳng hạn :* Xây dựng các khái niệm về tuyến hình học sẽ giúp các em làm quen, nhận dạng và tiến tới xây dựng biểu tượng đầy đủ về hình hình học. Đồng thời góp phần củng cố kiến thức số học, đại lượng và phép đo đại lượng, phát triển năng lực thực hành, năng lực tư duy đối với HS, nhằm gắn học đi đôi với hành, nhà trường với thực tế, đời sống.

*d. Xây dựng hệ thống bài toán nâng dần mức độ khó*

Trong quá trình DH, đặc biệt là đối với HS Tiểu học thì tư duy của HS chưa phát triển nên chúng ta phải đi từ dễ đến khó, từ đơn giản đến phức tạp, từ cụ thể đến trừu tượng. Nâng dần mức độ khó là một biện pháp kích thích khả năng tự học của HS. Mức độ khó ở đây cũng có thể là khó để giải quyết bài toán. Tuy nhiên mức độ khó dễ chỉ là tương đối đối với HS. Việc nâng dần mức độ khó của bài toán sẽ tạo cho HS có niềm hứng thú trong học tập.

*Ta xét một số bài toán sau :*

** Các bài toán về dấu hiệu chia hết*

– Dấu hiệu chia hết cho 2 : Các số có chữ số tận cùng là 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8 (tức là các chữ số chẵn) thì chia hết cho 2.

– Dấu hiệu chia hết cho 3 : Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 3.

– Dấu hiệu chia hết cho 5 : Các số có chữ số tận cùng là 0 ; 5 thì chia hết cho 5.

– Dấu hiệu chia hết cho 9 : Các số có tổng các chữ số chia hết cho 3 thì chia hết cho 9.

*Bài toán 1 :*

Với hai chữ số 1, 2 có thể lập được bao nhiêu số có hai chữ số chia hết cho 2.

*Lời giải :*

Theo dấu hiệu chia hết cho 2 thì số chia hết cho 2 thoả mãn yêu cầu bài toán phải là các số có chữ số tận cùng là 2. Vì bài không yêu cầu các số có các chữ số khác nhau nên ta có 2 số thoả mãn là : 12, 22.

*Bài toán 2 :*

Với ba chữ số 4, 5, 9 có thể lập được bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5.

*Lời giải :*

Theo dấu hiệu chia hết cho 5 thì số chia hết cho 5 thoả mãn yêu cầu bài toán phải là các số có chữ số tận cùng là 5. Vì các số có ba chữ số đôi một khác nhau nên ta lập được 2 số là : 495, 945.

** Các bài toán về chuyển động*

*– Sử dụng công thức :* $\boxed{v = s : t}$

*Bài toán 1 :*

Một người đi xe máy trong 3 giờ được 105 km. Tính vận tốc của xe máy.

*Lời giải :*

Vận tốc của xe máy là : 105 : 3 = 35 (km/giờ)

*Bài toán 2 :*

Một máy bay bay được 1800 km trong 2,5 giờ. Tính vận tốc của máy bay.

*Lời giải :*

Vận tốc của máy bay là : 1800 : 2,5 = 720 (km/giờ)

*Bài toán 3 :*

Một người chạy được 400 m trong 1 phút 20 giây. Tính vận tốc chạy của người đó với đơn vị đo là m/giây.

*Lời giải :*

Đổi : 1 phút 20 giây = 80 giây

Vận tốc chạy của người đó là : 400 : 80 = 5 (m/giây).

*Bài toán 4 :*

Lúc 8 giờ 15 phút, cha tôi đi từ nhà ra ga, quãng đường dài 6 km. Đi được nửa đường thì sực nhớ ra là đã để quên giấy chứng minh nhân dân ở nhà, ông bèn quay lại lấy và tới ga lúc 10 giờ 55 phút. Hãy tính vận tốc đi bộ của cha tôi.

*Lời giải :*

Nửa đường từ nhà tới ga dài là : 6 : 2 = 3 (km)

Quãng đường phải đi thêm là : 3 × 2 = 6 (km)

Quãng đường người cha đã đi dài là : 6 + 6 = 12 (km)

Thời gian người cha đã đi là :

10 giờ 55 phút – 8 giờ 15 phút = 2 giờ 40 phút = $\frac{8}{3}$ giờ.

Vận tốc đi bộ của cha tôi là : 12 : $\frac{8}{3}$ = 4,5 (km/giờ)

– *Sử dụng công thức :* $\boxed{s = v \times t}$

*Bài toán 1 :*

Một ca nô đi với vận tốc 15,2 km/giờ. Tính quãng đường đi được của ca nô trong 3 giờ.

*Lời giải :*

Quãng đường ca nô đi được là : $15,2 \times 3 = 45,6$ (km).

*Bài toán 2 :*

Một người đi xe đạp trong 15 phút với vận tốc 12,6 km/giờ. Tính quãng đường đi được của người đó.

*Lời giải :*

Đổi : 15 phút = 0,25 giờ.

Quãng đường người đó đi được là : $12,6 \times 0,25 = 3,15$ (km).

*Bài toán 3 :*

Một xe máy đi từ A lúc 8 giờ 20 phút với vận tốc 42 km/giờ, đến B lúc 11 giờ. Tính độ dài quãng đường AB.

*Lời giải :*

Thời gian xe máy đã đi là : 11 giờ – 8 giờ 20 phút = 2 giờ 40 phút

Đổi : 2 giờ 40 phút = $\frac{8}{3}$ giờ

Quãng đường AB dài là : $42 \times \frac{8}{3} = 112$ (km)

*Bài toán 4 :*

Một ô tô dự định chạy từ tỉnh A đến tỉnh B, có mặt tại B lúc 16 giờ. Nếu chạy với vận tốc 60 km/giờ thì ô tô sẽ có mặt tại B lúc 15 giờ. Nếu chạy với vận tốc 40 km/giờ thì ô tô sẽ có mặt tại B lúc 17 giờ. Hỏi ô tô phải chạy với vận tốc bao nhiêu để có mặt tại B lúc 16 giờ ?

*Lời giải :*

Ta có tỉ số giữa hai vận tốc đã cho là : $\frac{60}{40} = \frac{3}{2}$

Vì khi đi cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch nên ta suy ra :

Nếu thời gian chạy quãng đường AB với vận tốc 60 km/giờ là 2 phần thì thời gian chạy quãng đường AB với vận tốc 40 km/giờ là 3 phần như thế.

Một phần thời gian nhiều hơn ứng với 2 giờ. Vậy với vận tốc 60 km/giờ thì ô tô chạy từ A đến B hết : 2 × 2 = 4 (giờ)

Quãng đường AB dài là : 60 × 4 = 240 (km)

Thời gian quy định để chạy từ A đến B là : 4 + 1 = 5 (giờ)

Vận tốc phải tìm là : 240 : 5 = 48 (km/giờ)

– *Sử dụng công thức* : $\boxed{t = s : v}$

*Bài toán 1 :*

a) Trên quãng đường 20 km, một người đi xe đạp với vận tốc 16 km/giờ. Tính thời gian đi của người đó.

b) Trên quãng đường 2,5 km, một người chạy với vận tốc 10 km/giờ. Tính thời gian chạy của người đó.

*Lời giải :*

a) Thời gian người đó đi là : 20 : 16 = 1,25 (giờ)

b) Thời gian người đó chạy là : 2,5 : 10 = 0,25 (giờ)

*Bài toán 2 :*

Một máy bay bay với vận tốc 860 km/giờ được quãng đường 2150 km. Hỏi máy bay đến nơi lúc mấy giờ, biết nó khởi hành lúc 8 giờ 45 phút ?

*Lời giải :*

Thời gian bay là : 2150 : 860 = 2,5 (giờ)

Đổi : 2,5 giờ = 2 giờ 30 phút.

Máy bay đến nơi lúc : 8 giờ 45 phút + 2 giờ 30 phút = 11 giờ 15 phút

*Nhận xét* :

Quan hệ tỉ lệ giữa các đại lượng và PP giải các bài toán thuộc dạng này là :

+ *Khi đi cùng vận tốc thì quãng đường tỉ lệ thuận với thời gian* ;

+ *Khi đi cùng thời gian thì quãng đường tỉ lệ thuận với vận tốc* ;

+ *Khi đi cùng quãng đường thì thời gian tỉ lệ nghịch với vận tốc.*

*Bài tập 1 :*

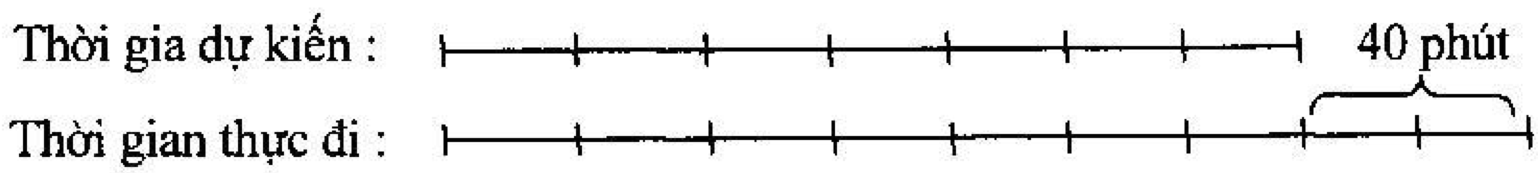
Một ô tô dự kiến đi từ A với vận tốc 45 km/giờ, đi đến B lúc 12 giờ trưa. Do trời mưa nên mỗi giờ xe chỉ đi được 35 km và đến B chậm hơn 40 phút so với dự kiến. Tính quãng đường AB.

*Lời giải :*

Tỉ số giữa hai vận tốc là : $\frac{45}{35} = \frac{9}{7}$

Do vận tốc và thời gian đi cùng quãng đường AB tỉ lệ nghịch với nhau nên nếu ta biểu diễn thời gian ô tô dự kiến đi là 7 phần bằng nhau thì thời gian ô tô thực đi sẽ là 9 phần như thế.

Ta có sơ đồ :




Thời gian ô tô đã đi hết quãng đường là : $40 : 2 \times 9 = 180$ (phút)

Đổi : 180 phút = 3 giờ

Quãng đường AB dài là : $35 \times 3 = 105$ (km)

*Bài tập 2 :*

Hằng ngày Nam đi xe đạp từ nhà đến trường hết 20 phút. Sáng nay, do có việc bận nên Nam xuất phát chậm hơn 4 phút so với mọi ngày. Để đến lớp đúng giờ Nam tính mỗi phút phải đi nhanh hơn 50 m so với mọi ngày. Hỏi quãng đường từ nhà Nam tới trường là bao nhiêu ki-lô-mét ?

*Lời giải :*

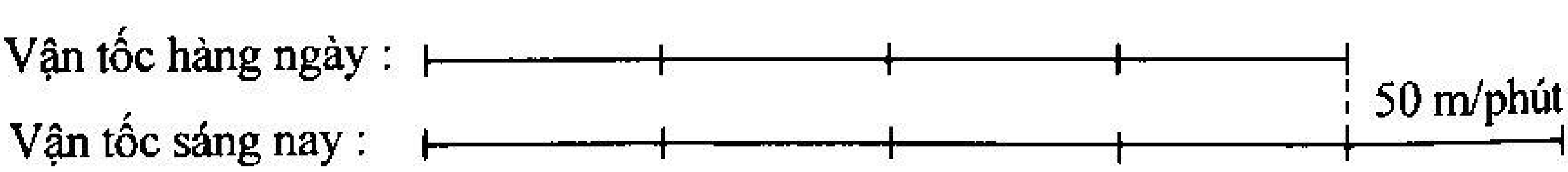
Thời gian sáng nay Nam đi là : $20 - 4 = 16$ (phút)

Tỉ số giữa thời gian hàng ngày Nam đến trường và thời gian sáng nay đi là :

$$\frac{20}{16} = \frac{5}{4}$$

Do thời gian và vận tốc Nam đi từ nhà đến trường là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên nếu ta biểu diễn vận tốc Nam đi hàng ngày là 4 phần bằng nhau thì vận tốc Nam đi sáng nay là 5 phần như thế.

Ta có sơ đồ :



Vận tốc hàng ngày của Nam tới trường là : $50 \times 4 = 200$ (m/phút)

Quãng đường từ nhà Nam tới trường dài là : $200 \times 20 = 4\,000$ (m) = 4 km

e. *Xây dựng hệ thống bài toán gần gũi, liên quan tới thực tế*

Như chúng ta đã biết, toán học bắt nguồn từ thực tiễn và phục vụ thực tiễn. Vì vậy, khi học các nội dung toán học ở trường phổ thông, đặc biệt là ở trường Tiểu học, cần phải xây dựng được những hệ thống bài toán liên quan đến thực tế, từ đó tạo sự hứng thú học tập cho HS. Việc xây dựng hệ thống các bài toán liên quan đến thực tiễn, gần gũi với HS sẽ làm tăng tính tự học và tính tích cực của HS.

*Ví dụ 1 :* Giá một bó rau muống là 3000 đồng, một bó rau cải là 2000 đồng. Hôm nay đi chợ, mẹ mua 2 bó rau muống và 3 bó rau cải. Hỏi mẹ phải trả bao nhiêu tiền ?

*Lời giải :*

Giá 2 bó rau muống là : $3000 \times 2 = 6000$ (đ) ;

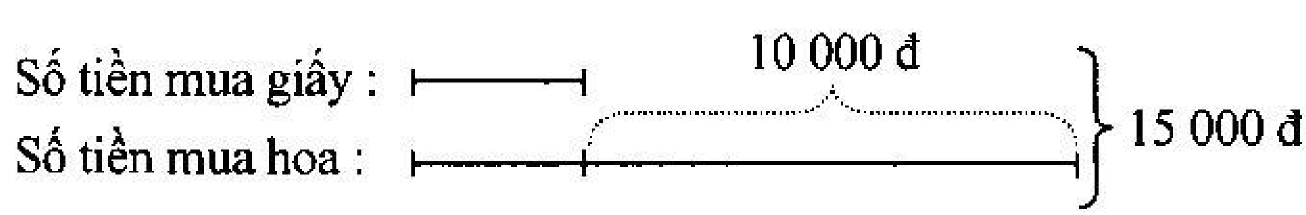
Giá 3 bó rau cải là : $2000 \times 3 = 6000$ (đ) ;

Số tiền mẹ phải trả là : $6000 + 6000 = 12000$ (đ).

*Ví dụ 2 :* Một bó hoa hồng giá 15 000 đồng, hoa đắt hơn giấy gói là 10 000 đồng. Hỏi tiền hoa là bao nhiêu, tiền giấy gói là bao nhiêu ?

*Lời giải :*

Ta có sơ đồ :




Giá tiền của giấy gói là : $(15\,000 - 10\,000) : 2 = 2500$ (đ)

Giá tiền của hoa là : $15\,000 - 2500 = 12\,500$ (đ)

*Ví dụ 3 :* Nhà Mai có 10 con gà đẻ trứng. Mỗi ngày, mỗi con đẻ được 1 quả trứng. Hỏi trong 1 tuần nhà Mai thu được bao nhiêu quả trứng ?

*Lời giải :*

10 con gà trong 1 ngày đẻ được số trứng là : $10 \times 1 = 10$ (quả)

10 con gà trong 1 tuần đẻ được số trứng là : $10 \times 7 = 70$ (quả)

*Ví dụ 4 :* Mẹ đưa bé Bi đi trồng cây ở sau nhà. Mẹ trồng được một hàng 10 cây. Sau khi trồng cây, mẹ cho Bi biết khoảng cách giữa các cây là 3 m và mẹ đố Bi khoảng cách giữa cây đầu hàng và cây cuối hàng là bao nhiêu mét. Bi trả lời là 30 m. Bi trả lời như vậy là đúng hay sai ? Tại sao ?

*Lời giải :*

Bi trả lời sai vì :

Mười cây thì số khoảng cách là : 10 – 1 = 9 (khoảng cách)

Khoảng cách giữa cây đầu hàng và cây cuối hàng là : 9 × 3 = 27 (m)

*Ví dụ 5 :* Mẹ sinh bé Lan lúc mẹ 28 tuổi. Đến nay bé Lan lên 9 tuổi. Hỏi hiện nay mẹ bao nhiêu tuổi ?

*Lời giải :*

Tuổi của mẹ hiện nay là : 28 + 9 = 37 (tuổi)

*Ví dụ 6 :* Tú ngồi học toán từ lúc 19 giờ 10 phút đến 20 giờ kém 5 phút. Hỏi Tú đã học toán trong bao lâu ?

*Lời giải :*

Đổi : 20 giờ kém 5 phút = 19 giờ 55 phút

Thời gian Tú ngồi học toán là : 19 giờ 55 phút – 19 giờ 10 phút = 45 phút

# §4. RÈN LUYỆN TƯ DUY THUẬT GIẢI

## 1. Tư duy thuật giải

Là phương thức tư duy biểu thị khả năng tiến hành các hoạt động sau :

– Thực hiện những thao tác theo một trình tự xác định.

– Phân tích một quá trình thành những thao tác được thực hiện theo một trình tự xác định.

– Khái quát hóa một quá trình diễn ra trên một số đối tượng riêng lẻ thành một quá trình diễn ra trên một lớp đối tượng.

– Mô tả chính xác quá trình tiến hành một hoạt động.

– Phát hiện các bước tối ưu để giải quyết công việc.

*Chú ý :* Thuật giải (*thuật toán*) là một khái niệm cơ sở của toán học và Tin học. Hiểu một cách đơn giản, thuật giải là một tập hợp các hướng dẫn nhằm thực hiện một công việc nào đó theo trình tự.

## 2. Các đặc trưng của tư duy thuật giải

### *2.1. Tính đơn trị*

Là cùng một cơ cấu, thực hiện cùng một thao tác, trên cùng một đối tượng thì cho cùng một kết quả.

### *2.2. Đầu vào và đầu ra*

Mọi thuật giải, dù có đơn giản đến mấy cũng phải nhận dữ liệu đầu vào, xử lí nó và cho ra kết quả cuối cùng.

Thuật giải chính là đưa ra quy trình giải cho một dạng toán cụ thể, người thực hiện thuật giải chỉ việc làm theo quy trình để xác định kết quả. Tính chất này được sử dụng nhiều trong Tin học, trong những phần mềm đã được cài đặt sẵn, ta chỉ cần nhập dữ liệu, khi đó phần mềm sẽ xử lí thông tin và đưa ra kết quả đúng. Để xây dựng được phần mềm đó, chúng ta phải nắm được quy trình các thao tác để thực hiện nó.

***2.3. Tính hiệu quả***

Nếu hoàn thành đúng các thao tác theo trình tự đã vạch ra thì nhất định giải quyết được bài tập theo loại đã chọn.

***2.4. Tính tổng quát***

Thuật giải phải được áp dụng cho mọi trường hợp của bài toán chứ không phải chỉ áp dụng cho một số trường hợp riêng lẻ nào đó.

Chẳng hạn, dạng toán "*Tìm số trung bình cộng*" không chỉ áp dụng cho 2 số hạng, mà được áp dụng cho n số hạng.

**3. Rèn luyện tư duy thuật giải cho học sinh khi dạy học môn Toán**

***3.1. Truyền thụ cho học sinh những tri thức phương pháp***

Trong khi dạy HS xây dựng những thuật giải cụ thể, GV cần phải truyền thụ cho HS những kinh nghiệm trong PP suy nghĩ, từ đó HS có thể tự xây dựng được những thuật giải trong tình huống mới. Với ý nghĩa đó ta nói tới việc truyền thụ cho HS những tri thức PP về tư duy thuật giải.

Tri thức PP về tư duy thuật giải một mặt phải là bộ phận hợp thành tri thức PP giải toán nói chung, mặt khác phải phản ánh được nét đặc thù, riêng biệt của quá trình này. Sau đây là những tri thức PP cần truyền thụ cho HS.

a. *Tìm hiểu những đặc điểm riêng của bài toán*

*Ví dụ 1 :* Tìm số lẻ nhỏ nhất có 4 chữ số sao cho khi chia số đó cho 3 thì dư 2, cho 4 thì dư 3, cho 5 thì dư 4, cho 6 thì dư 5, cho thì 7 dư 6.

*Nhận xét :* Có một đặc điểm ở bài toán này là khi lấy một số a chia cho một số b bất kì thì luôn có dư là b – 1. Từ đó ta có thể áp dụng tính chất sau : "*Vì a chia cho b dư b – 1 nên a + 1 chia hết cho b*".

*Lời giải :* Gọi số cần tìm là x, ta có y = x + 1 chia hết cho 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 và là số lẻ nhỏ nhất. Do $y \vdots 5$ nên y tận cùng là 0 hoặc 5, vì x là số lẻ nên y là số chẵn, vậy y tận cùng là 0. Do $y \vdots 4$ nên số tạo bởi hai chữ số tận cùng của y chia hết cho 4, suy ra hai số tận cùng của y là : 20 ; 40 ; 60 ; 80. Do $y \vdots 3$ nên tổng các chữ số của y phải chia hết cho 3, trong khi đó y là số có 4 chữ số nên y chỉ có thể là : 1020 ; 1080 ; 1140 ; 1260 ; 1320 ; 1380 ; 1440 ; 1560 ; 1620 ; 1680 ; 1740 ; 1860 ; 1920 ; 2040 ; ...

Số nhỏ nhất chia hết cho 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 trong các số trên là 1260.

Vậy y = 1260. Số cần tìm là x = 1260 – 1= 1259.

*Ví dụ 2 :* Sắp xếp các phân số sau theo thứ tự tăng dần :

$$\frac{1991}{1992};\ \frac{1992}{1993};\ \frac{1993}{1994};\ \frac{1994}{1995};\ \frac{1995}{1996};\ \frac{1996}{1997};\ \frac{1997}{1998};\ \frac{1998}{1999};\ \frac{1999}{2000}.$$

*Nhận xét :* Ta thấy tử số và mẫu số của các phân số từ trái sang phải đều tăng thêm một đơn vị, mặt khác :

+ Nếu tử số < mẫu số, khi cộng tử số và mẫu số với cùng một số bất kì thì ta được phân số mới lớn hơn phân số đã cho.

+ Nếu tử số > mẫu số, khi cộng tử số và mẫu số với cùng một số bất kì thì ta được phân số mới nhỏ hơn phân số đã cho.

*Lời giải :* Như vậy các phân số được sắp xếp như sau :

$$\frac{1991}{1992} < \frac{1992}{1993} < \frac{1993}{1994} < \frac{1994}{1995} < \frac{1995}{1996} < \frac{1996}{1997} < \frac{1997}{1998} < \frac{1998}{1999} < \frac{1999}{2000}.$$

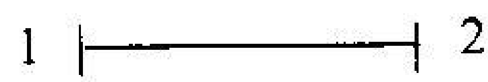
*b. Phân tích bài toán để thấy rõ cái đã cho và cái cần tìm*

Trong mỗi bài toán thì cái đã cho (giả thiết) và cái cần tìm (kết luận) bao giờ cũng có mối liên hệ với nhau, một số mối liên hệ dễ dàng thấy được nhưng có nhiều mối liên hệ thoạt nhìn qua khó có thể phát hiện ra. Vì vậy việc phân tích bài toán để thấy rõ giải thiết và kết luận của nó, để từ đó tìm mối liên hệ giữa chúng góp phần xây dựng thuật giải.

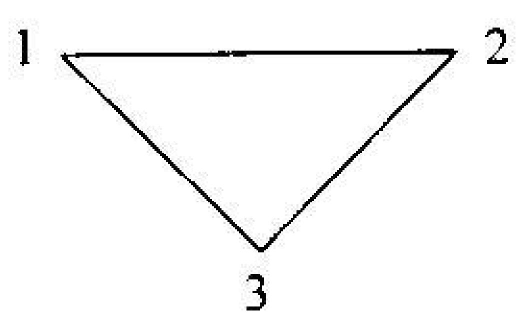
*Ví dụ 1 :* Có 8 người bước vào phòng họp. Họ đều bắt tay nhau. Hỏi có bao nhiêu cái bắt tay ?

*Lời giải :* Mỗi người đều được bắt tay với nhau là 1 lần, do vậy nếu ví mỗi người như một điểm và mỗi bắt tay là một đoạn thẳng, ta có :

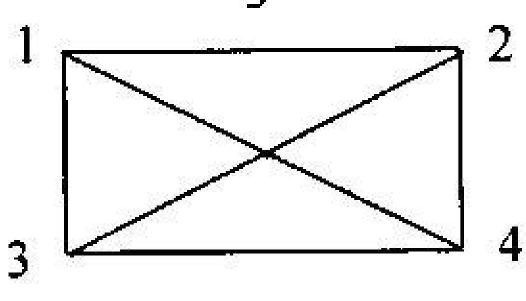
+ Cứ 2 người thì có một bắt tay :




+ Cứ 3 người thì có 3 bắt tay :




+ Cứ 4 người thì có 6 bắt tay :



+ Tương tự, ta có : Cứ 5 người thì có 10 bắt tay ; Cứ 6 người thì có 15 bắt tay ; Cứ 7 người thì có 21 bắt tay ; Cứ 8 người thì có 28 bắt tay.

*Nhận xét :* Sau khi giải bài toán, HS đưa ra được thuật giải là : Số cái bắt tay của một nhóm có n người cùng bắt tay nhau chính là số đoạn thẳng nối n điểm phân biệt.

*Ví dụ 2 :* Cho dãy số 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; ... ; 1542 ; 1543. Hãy xác định dãy số này có bao nhiêu chữ số ?

*Nhận xét :*

– Đối với bài toán này, nếu ta liệt kê hết các số của dãy tồi đếm thì mất nhiều thời gian và dễ nhầm lẫn. Thông thường, ta giải bài toán theo thuật giải sau :

+ *Bước 1 :* Xác định số số có một chữ số.

+ *Bước 2 :* Xác định số số có hai chữ số.

+ *Bước 3 :* Xác định số số có ba chữ số.

+ *Bước 4 :* Xác định số số có bốn chữ số.

+ *Bước 5 :* Xác định số chữ số có mặt trong dãy.

– Để tính số các số một cách chính xác và nhanh, chúng ta áp dụng công thức tính số số hạng của dãy số : $n = \frac{u_n - u_1}{d} + 1$ (n : số số hạng của dãy ; $u_1$ : số hạng đầu tiên ; $u_n$ : số hạng cuối cùng ; d : khoảng cách (số đơn vị chênh lệch) giữa hai số hạng kề nhau).

*Lời giải :*

+ *Bước 1 :* Số số có một chữ số trong dãy là : $\frac{9-1}{1} + 1 = 9$ (số)

+ *Bước 2 :* Số số có hai chữ số trong dãy là : $\frac{99-10}{1} + 1 = 90$ (số)

+ *Bước 3 :* Số số có ba chữ số trong dãy là : $\frac{999-100}{1} + 1 = 900$ (số)

+ *Bước 4 :* Số số có bốn chữ số trong dãy là : $\frac{1543-1000}{1} + 1 = 544$ (số)

+ *Bước 5 :* Số chữ số có mặt trong dãy là :

$$9 \times 1 + 180 \times 2 + 2700 \times 3 + 2176 \times 4 = 5\,065 \text{ (chữ số)}$$

*Ví dụ 3 :* Cho dãy số 2 ; 4 ; 6 ; 8 ; ... ; 1962. Hãy xác định dãy số này có bao nhiêu chữ số ?

*Nhận xét :* Bài toán này tương tự như bài toán trên với khoảng cách giữa hai số hạng là d = 2.

*Lời giải :*

+ Số số có một chữ số trong dãy là : $\frac{8-2}{2}+1=4$ (số)

+ Số số có hai chữ số trong dãy là : $\frac{98-10}{2}+1=45$ (số)

+ Số số có ba chữ số trong dãy là : $\frac{998-100}{2}+1=450$ (số)

+ Số số có bốn chữ số trong dãy là : $\frac{1962-1000}{2}+1=482$ (số)

+ Số chữ số có mặt trong dãy là :

$$4 \times 1 + 45 \times 2 + 450 \times 3 + 482 \times 4 = 3372 \text{ (chữ số)}$$

*Ví dụ 4 :* Cuốn từ điển của Bình có 1450 trang. Hỏi người ta đã dùng tất cả bao nhiêu chữ số để đánh số trang cho cuốn từ điển đó ?

Giải bài toán này tương tự như các bài toán trên.

c. *Phân tích để đưa bài toán về bài toán gốc*

*Ví dụ 1 :* Hai thành phố A và B cách nhau 186 km. Lúc 7 giờ sáng một xe máy đi từ A tới B với vận tốc 30 km/giờ. Lúc 8 giờ sáng một ô tô đi từ B tới A với vận tốc 35 km/giờ. Hỏi lúc mấy giờ thì hai người gặp nhau và chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km ?

*Nhận xét :*

– Đây là hai chuyển động ngược chiều, không xuất phát cùng lúc, gặp nhau, là mở rộng của bài toán hai chuyển động ngược chiều, cùng lúc, gặp nhau. Để giải bài toán này, ta phải đưa về dạng bài toán gốc rồi áp dụng thuật giải tương tự.

– Thuật giải đối với dạng "*Hai chuyển động ngược chiều, xuất phát cùng lúc, gặp nhau*" là :

+ *Bước 1 :* Tính tổng vận tốc của hai chuyển động ;

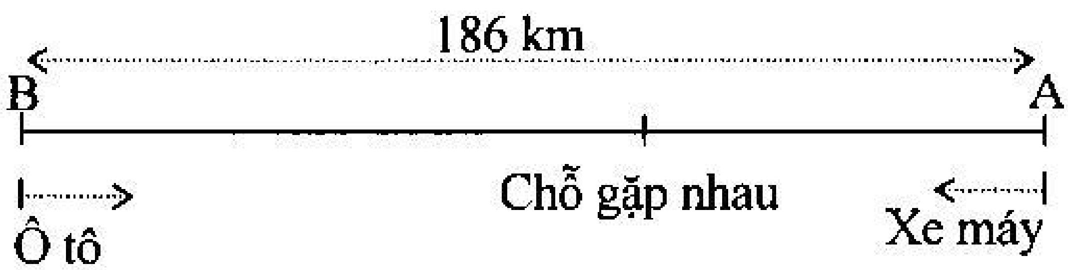
+ *Bước 2 :* Tính thời gian để hai chuyển động gặp nhau (lấy quãng đường chia cho tổng vận tốc của hai chuyển động) ;

+ *Bước 3 :* Tính thời điểm của hai chuyển động gặp nhau (lấy thời gian hai chuyển động xuất phát cùng lúc cộng với thời gian hai chuyển động gặp nhau) ;

+ *Bước 4 :* Tính quãng đường từ lúc bắt đầu xuất phát tới khi hai chuyển động gặp nhau : s = v × t.

*Lời giải :*

Ta có sơ đồ sau :




Khi ô tô xuất phát từ B thì xe máy xuất phát từ A đã đi được quãng đường là :

$$30 \times (8 - 7) = 30 \text{ (km)}$$

Khoảng cách giữa hai xe lúc ô tô xuất phát là : 186 – 30 = 156 (km)

Tổng vận tốc của hai xe là : 30 + 35 = 65 (km/giờ)

Thời gian hai xe gặp nhau là : 156 : 65 = 2,4 (giờ)

Thời điểm hai người gặp nhau là : 8 + 2,4 = 10,4 (giờ)

Chỗ gặp nhau cách A là : 30 × (1 + 2,4) = 102 (km)

*Ví dụ 2 :* Một người đi xe máy từ A lúc 6 giờ với vận tốc 40 km/giờ. Đến 7 giờ một người đi ô tô cũng từ A đuổi theo người xe máy với vận tốc 60 km/giờ. Hỏi khi nào hai người gặp nhau ? Chỗ gặp nhau cách A bao nhiêu km ?

*Nhận xét :*

– Đây là hai chuyển động cùng chiều nhưng không cùng lúc, là mở rộng của bài toán hai chuyển động cùng chiều, cùng lúc đuổi nhau. Để giải bài toán này, ta phải phân tích để đưa về dạng bài toán gốc.

– Thuật giải đối với dạng "*Hai chuyển động cùng chiều, cùng lúc đuổi nhau*":

+ *Bước 1 :* Tính hiệu vận tốc của hai chuyển động ;

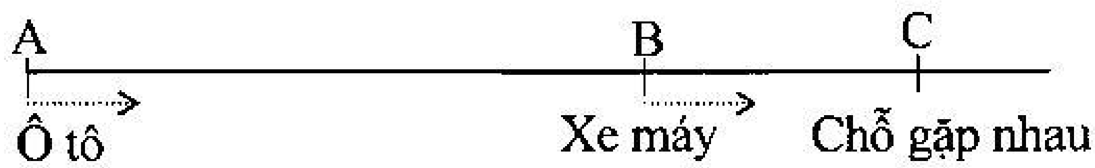
+ *Bước 2 :* Tính thời gian hai chuyển động gặp nhau (lấy quãng đường chia cho hiệu vận tốc của hai chuyển động) ;

+ *Bước 3 :* Tính thời điểm hai chuyển động gặp nhau (lấy thời gian hai chuyển động xuất phát cùng lúc cộng với thời gian hai chuyển động gặp nhau) ;

+ *Bước 4 :* Tính quãng đường từ lúc bắt đầu xuất phát tới khi hai chuyển động gặp nhau : s = v × t.

*Lời giải :*

Sơ đồ :




Khi ô tô bắt đầu xuất phát từ A thì người đi xe máy đã đi được quãng đường AB là : $(7 - 6) \times 40 = 40$ (km)

Hiệu vận tốc của hai xe là : $60 - 40 = 20$ (km/giờ)

Thời gian hai chuyển động gặp nhau là : $40 : 20 = 2$ (giờ)

Lúc hai người gặp nhau là : $7 + 2 = 9$ (giờ)

Chỗ gặp nhau cách A là : $60 \times 2 = 120$ (km)

*d. Phân tích thành các trường hợp để dự đoán cách giải*

*Ví dụ 1 :* Tìm số tự nhiên nhỏ nhất khác 1 sao cho khi chia số đó cho 2 ; 3 ; 4 ; 5 và 7 đều dư 1.

*Nhận xét :* Với bài toán này, chúng ta rất khó đưa ra thuật giải cho trường hợp tổng quát. Vì vậy ta phải xét tất cả các trường hợp mà bài toán có thể xảy ra.

*Lời giải :* Gọi số phải tìm là a. Theo bài toán, a chia hết cho 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 đều dư 1 nên ta đặt $b = a - 1$ chia hết cho 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7.

Do $b \vdots 2$ ; $b \vdots 5$ nên b có tận cùng là 0.

+ Trường hợp b có một chữ số : b = 0 ; a = 1 không thoả mãn điều kiện bài toán.

+ Trường hợp b có hai chữ số : $b \vdots 4$ nên b có thể là 20 ; 40 ; 60 ; 80. Các số này cũng không thoả mãn điều kiện bài toán (vì không chia hết cho 7).

+ Trường hợp b có ba chữ số, b có dạng : 100 ; 200 ; 300 ; 400 ; ... ; 900 ;
120 ; 220 ; 320 ; 420 ; ... ; 920 ;
140 ; 240 ; 340 ; 440 ; ... ; 940 ;
160 ; 260 ; 360 ; 460 ; ... ; 960 ;
180 ; 280 ; 380 ; 480 ; ... ; 980 ;

Thử các số trên từ nhỏ đến lớn, ta thấy số 420 chia hết cho 3 và 7, các số nhỏ hơn không chia hết cho 3 hoặc 7. Suy ra b = 420 ; a = 421.

Vậy số nhỏ nhất chia hết cho 2 ; 3 ; 4 ; 5 và 7 đều dư 1 là 421.

*Ví dụ 2 :* Tìm một số tự nhiên có hai chữ số, biết rằng số đó chia cho hiệu các chữ số của nó được thương là 28 dư 1.

*Lời giải :*

*Cách 1 :* Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ ($a, b \in N$ ; $0 < a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$). Khi lấy một số có hai chữ số chia cho hiệu các chữ số thì có hai trường hợp xảy ra :

– *Trường hợp 1 :*

Nếu $a > b$ thì $\overline{ab} = 28 \times (a - b) + 1$ ; $a \times 10 + b = 28 \times a - 28 \times b + 1$ ;

$29 \times b = 18 \times a + 1$. Thử các giá trị $1 < a \leq 9$, chọn giá trị thích hợp :

Nếu $a = 2$ thì $b = 37 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 3$ thì $b = 55 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 4$ thì $b = 73 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 5$ thì $b = 91 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 6$ thì $b = 108 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 7$ thì $b = 127 : 29$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $a = 8$ thì $b = 145 : 29 = 5$ *(nhận)* ;

Nếu $a = 9$ thì $b = 163 : 29$, không chia hết *(loại)*.

Do đó : $a = 8$ ; $b = 5$. Suy ra $\overline{ab} = 85$.

– *Trường hợp 2 :*

Nếu $a < b$ thì $\overline{ab} = 28 \times (b - a) + 1$ ; $a \times 10 + b = 28 \times b - 28 \times a + 1$ ;

$38 \times a = 27 \times b + 1$. Thử các giá trị $1 < b \leq 9$, chọn giá trị thích hợp :

Nếu $b = 2$ thì $a = 55 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 3$ thì $a = 82 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 4$ thì $a = 109 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 5$ thì $a = 136 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 6$ thì $a = 163 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 7$ thì $a = 190 : 38 = 5$ *(nhận)* ;

Nếu $b = 8$ thì $a = 217 : 38$, không chia hết *(loại)* ;

Nếu $b = 9$ thì $a = 244 : 38$, không chia hết *(loại)*.

Do đó : $a = 5$ ; $b = 7$. Suy ra $\overline{ab} = 57$.

*Cách 2 :* Gọi số cần tìm là $\overline{ab}$ ($a, b \in N$ ; $0 < a \leq 9$, $0 \leq b \leq 9$). Số $\overline{ab}$ chia cho hiệu các chữ số của $\overline{ab}$ được thương là 28 và dư 1 nên $\overline{ab} - 1$ chia hết cho 28, suy ra $\overline{ab} - 1$ nhận các giá trị là : 28 ; 56 ; 84.

– *Trường hợp 1 :*

Nếu $\overline{ab} - 1 = 28$ thì $\overline{ab} = 29$, thử lại : 29 : (9 – 2) = 4 dư 1 *(loại).*

– *Trường hợp 2 :*

Nếu $\overline{ab} - 1 = 56$ thì $\overline{ab} = 57$, thử lại : 57 : (7 – 5) = 28 dư 1 *(nhận).*

– *Trường hợp 3 :*

Nếu $\overline{ab} - 1 = 84$ thì $\overline{ab} = 85$, thử lại : 85 : (8 – 5) = 28 dư 1 *(nhận).*

Vậy ta tìm được hai số thoả mãn yêu cầu bài toán là : 57 và 84.

*Ví dụ 3 :* Tính :

$$0{,}5 + 2{,}25 + 4 + 5{,}75 + 7{,}5 + 9{,}25 + 11 + 12{,}75 + 14{,}5 + 16{,}25 + 18 + 19{,}75.$$

– Sau khi HS tìm tòi lời giải theo các bước sau đây :

+ Quan sát, nhận xét đề toán, hiểu rõ yêu cầu của bài toán.

+ Mò mẫm, dự đoán tìm lời giải.

+ Thử nghiệm, bác bỏ trường hợp sai, khẳng định trường hợp đúng, bao quát được các trường hợp có thể xảy ra trong điều kiện có thể.

– HS nhận thấy rằng :

$0{,}5 + 1{,}75 = 2{,}25$

$2{,}25 + 1{,}75 = 4$

$4 + 1{,}75 = 5{,}75$

...

$18 + 1{,}75 = 19{,}75$

(Các số hạng liền kề nhau trong tổng trên cách đều nhau là 1,75)

Tổng có 12 số hạng, ghép được thành 6 cặp.

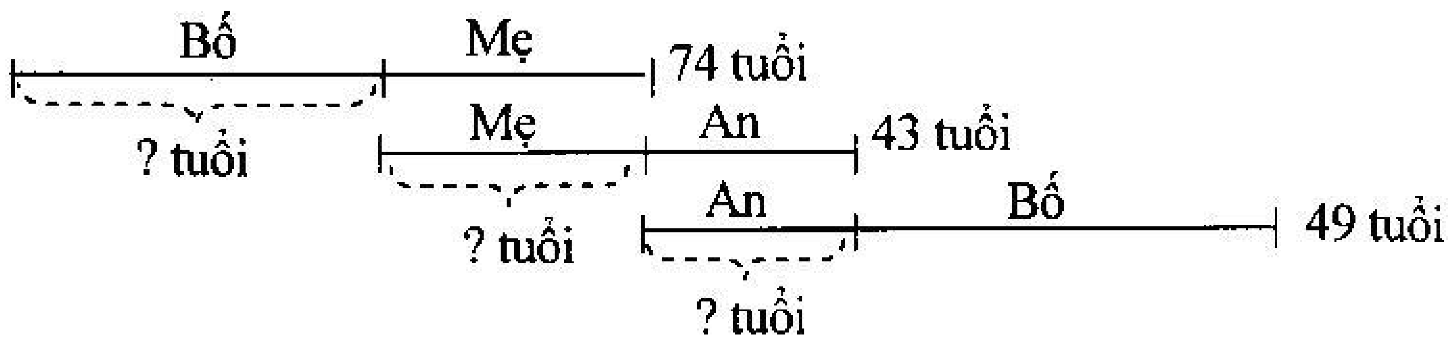
Theo công thức, ta tính được tổng là : $(0{,}5 + 19{,}75) \times 6 = 121{,}5$

– Trong cách giải này, khi HS phân tích dãy các số hạng của tổng và nhận thấy chữ số đứng trước kém chữ số đứng sau 1,75 đơn vị, dãy số này có 6 cặp số (*nhờ phân tích, HS có thể thấy được sự chênh lệch giữa các số hạng trong dãy số, từ đó khái quát được cách tính cho bài toán có n số hạng*).

*e. Quy bài toán lạ về bài toán quen thuộc*

*Ví dụ 1 :* Tổng số tuổi của Bố và Mẹ là 74 tuổi. Tổng số tuổi của Mẹ và An là 43 tuổi. Tổng số tuổi của Bố và An là 49 tuổi. Hãy tính tuổi của mỗi người ?

*Tóm tắt :*




Đây là một bài toán phức tạp và có vẻ rất xa lạ đối với HS vì thế GV cần phân tích để đưa bài toán về dạng quen thuộc mà HS đã từng gặp.

*Phân tích :*

Từ sơ đồ tóm tắt của bài toán, ta nhận thấy hiệu số tuổi của bố và mẹ là :

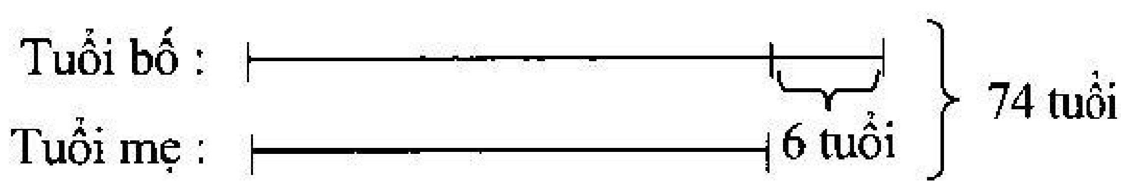
$$49 - 43 = 6 \text{ (tuổi)}$$

Ta lại biết, tổng số tuổi của bố và mẹ là 74 tuổi.

Đến đây ta có thể giải bài toán "*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*" để tính tuổi của Bố và Mẹ rồi tính nốt tuổi của An.

Từ đó HS chỉ việc giải theo các bước đã nêu ở trên.

Ta có sơ đồ sau :




Hai lần số tuổi của mẹ là : 74 – 6 = 68 (tuổi)

Số tuổi của mẹ là : 68 : 2 = 34 (tuổi)

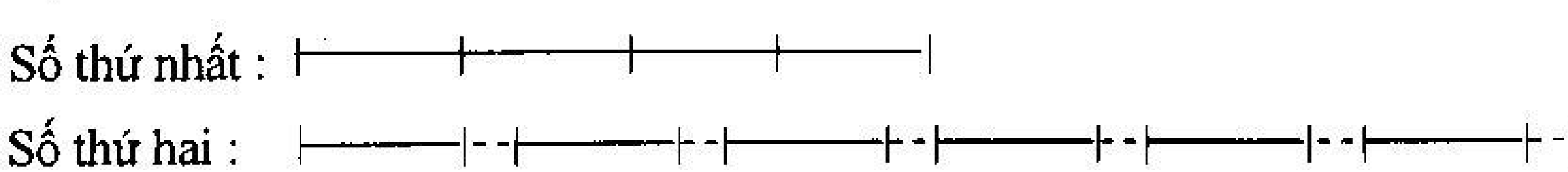
Số tuổi của bố là : 74 – 34 = 40 (tuổi)

Số tuổi của An là : 43 – 34 = 9 (tuổi)

*Ví dụ 2 :* Cho hai số có tổng bằng 104, biết $\frac{1}{4}$ số thứ nhất kém $\frac{1}{6}$ số thứ hai là 4 đơn vị. Hãy tìm hai số đó ?

*Tóm tắt :*

Dựa vào bài toán, ta có sơ đồ tóm tắt sau :



*Nhận xét :*

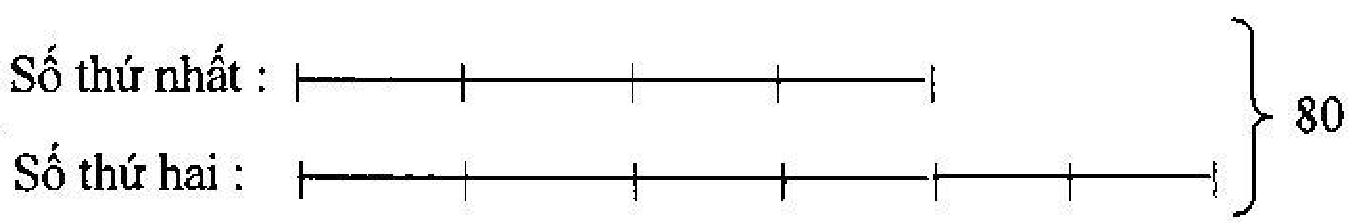
Nếu bỏ bớt 4 đơn vị của mỗi $\frac{1}{6}$ của số thứ hai (*phần nét đứt*) thì số thứ hai còn lại bằng $\frac{6}{4}$ số thứ nhất.

Số đơn vị bỏ bớt là : $4 \times 6 = 24$

Tổng của số thứ nhất và số thứ hai sau khi bỏ bớt là : $104 - 24 = 80$

Bài toán được đưa về dạng quen thuộc là "*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ của hai số đó*".

Biểu diễn số thứ nhất và số thứ hai sau khi bỏ bớt bằng sơ đồ sau :




Tổng số phần bằng nhau là : $4 + 6 = 10$ (phần)

Giá trị của mỗi phần là : $80 : 10 = 8$

Số thứ nhất là : $8 \times 4 = 32$

Số thứ hai sau khi bỏ bớt là : $8 \times 6 = 48$

Số thứ hai là : $48 + 24 = 72$

*f. Xây dựng thuật giải dựa vào bài toán đã có*

*Ví dụ :* Trên *Hình 1* có mấy đoạn thẳng ? Viết tên các đoạn thẳng đó ?


*Hình 1*

*Lời giải :*

Có 3 đoạn thẳng có một đầu mút là A : AB ; AC ; AD.

Có 2 đoạn thẳng có một đầu mút là B, không kể BA : BC ; BD.

Có 1 đoạn thẳng có một đầu mút là C, không kể CB, CA : CD.

Vậy số đoạn thẳng có được là : $3 + 2 + 1 = 6$ ;

Các đoạn thẳng đó là : AB ; AC ; AD ; BC ; BD ; CD.

Từ bài toán này, ta có thể đưa ra thuật giải cho những bài toán tương tự : Đếm số đoạn thẳng nối tiếp nhau trên hình (ở hình trên có 3 đoạn thẳng như vậy, dễ nhận ra đó là AB ; BC ; CD). Từ đó ta xác định số lượng tất cả các đoạn thẳng bằng cách thực hiện phép cộng các số hạng là các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến số tự nhiên được xác định là số đoạn thẳng nối tiếp nhau đếm được trên hình (1 + 2 + 3 = 6). Với thuật giải này, ta sẽ đưa ra được kết quả nhanh chính xác.

*Bài tập áp dụng :* Trên đoạn thẳng AB cho thêm 6 điểm C, D, E, F, G, H phân biệt và không trùng với A, B. Hỏi có mấy đoạn thẳng được tạo thành ?


*Hình 2*

Áp dụng thuật giải như ở ví dụ trên, đoạn thẳng AB được chia thành 7 đoạn con liên tiếp, ta thực hiện phép cộng các số tự nhiên liên tiếp từ 1 đến 7 để xác định số đoạn thẳng được tạo thành : 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 (đoạn)

### *3.2. Xây dựng quy trình dạy học*

Để xây dựng quy trình DH môn Toán cho HS theo hướng phát triển tư duy thuật giải, chúng ta phải thực hiện hai giai đoạn sau : Chiếm lĩnh tri thức toán học và rèn luyện kĩ năng giải toán.

a. *Dạy học chiếm lĩnh tri thức toán học theo quy trình*

Gồm có 5 bước :

– *Bước 1 :* Làm nảy sinh nhu cầu nhận thức tri thức toán học ;

– *Bước 2 :* Tổ chức hướng dẫn HS tác động vào đối tượng nhằm phát hiện ra dấu hiệu bản chất, cấu trúc lôgic của kiến thức mới ;

– *Bước 3 :* Gợi động cơ để HS phát biểu lại kiến thức mới (khái niệm, công thức, ...) nêu ở bước 2 dưới dạng một thuật giải ;

– *Bước 4 :* Tổ chức HS nhận dạng và thể hiện thuật giải vừa nêu vào các tình huống cụ thể ;

– *Bước 5 :* Tập luyện hoạt động tư duy thuật giải thông qua giải các bài toán không theo các thuật giải đã biết.

*Ví dụ 1 :* Dạy bài "*Diện tích hình bình hành*" (Toán 4).

* *Mục đích yêu cầu :* HS nắm được công thức tính diện tích của hình bình hành ; Vận dụng công thức để giải các bài toán có liên quan.

* *Tổ chức giờ dạy :* Sau khi học xong, HS có thể áp dụng kiến thức đã học vào trong thực tế. Đồng thời giúp HS củng cố về các đặc trưng của hình bình hành.

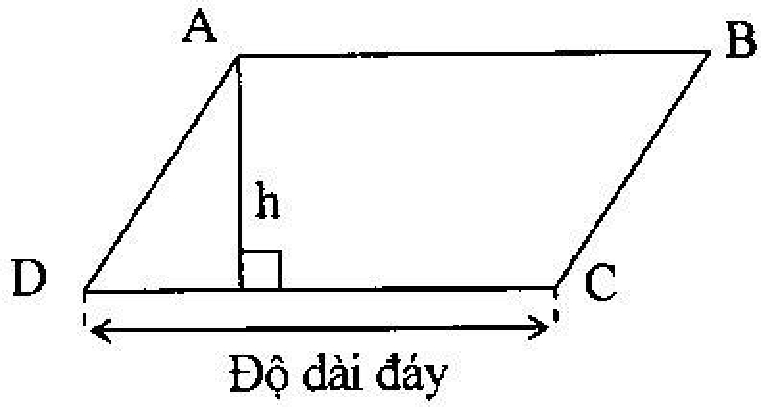
– Tiết trước HS đã học cách nhận diện hình bình hành, GV có thể hỏi lại những đặc điểm của hình bình hành với những câu hỏi sau :

+ Hình bình hành có đặc điểm như thế nào ? (Hình bình hành có hai cặp cạnh song song và bằng nhau) ;

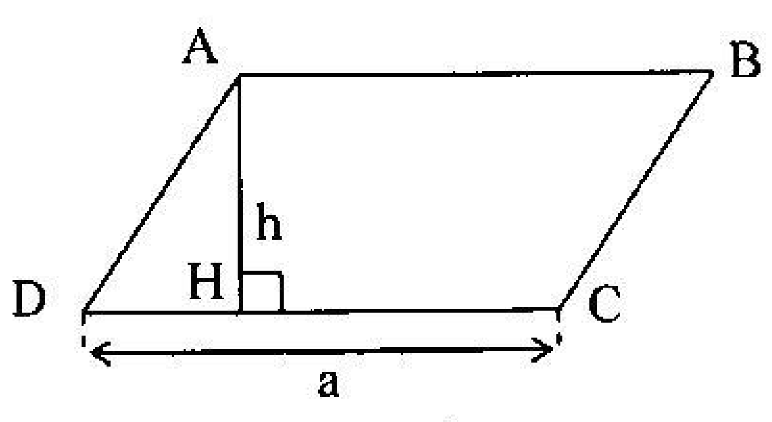
+ Vẽ hình bình hành ?

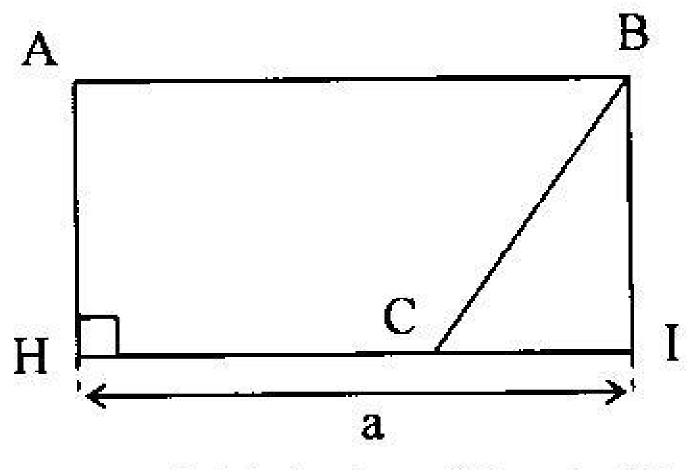
– GV hướng dẫn HS xây dựng công thức tính diện tích hình bình hành bằng các bước sau :

+ *Bước 1 :* Vẽ hình bình hành, vẽ chiều cao AH ;




+ *Bước 2 :* GV hướng dẫn HS cắt phần tam giác ADH rồi ghép như hình vẽ để được hình chữ nhật ABIH ;




+ *Bước 3 :* GV yêu cầu HS nhận xét về diện tích hình chữ nhật và diện tích hình bình hành (*diện tích hình chữ nhật bằng diện tích hình bình hành*) ;

+ *Bước 4 :* GV yêu cầu HS nêu công thức tính diện tích hình chữ nhật ($a \times h$) ;

+ *Bước 5 :* GV yêu cầu HS suy ra công thức tính diện tích hình bình hành ($a \times h$), từ đó rút ra kết quả : "*Diện tích hình bình hành bằng độ dài đáy nhân với chiều cao*" (cùng một đơn vị đo).

Như vậy, thông qua bài dạy này HS có thể vẽ, cắt, ghép hình và áp dụng công thức một cách thành thạo. Từ đó giúp cho HS nắm được thuật giải khi xây dựng công thức toán học cho các bài toán tương tự. Chẳng hạn, xây dựng các công thức tính diện tích hình thoi, hình tam giác, hình thang. Từ một bài toán phức tạp, chúng ta phải biến đổi, đưa bài toán về dạng quen thuộc, sau đó áp dụng thuật giải để giải.

*Ví dụ 2 :* Dạy bài : "*Nhân một số thập phân với một số thập phân*" (Toán 5).

* *Mục đích yêu cầu :* Giúp cho HS biết cách thực hiện phép nhân số thập phân ; Tính toán thành thạo ; Vận dụng vào giải toán và trong thực tế.

* *Tổ chức giờ dạy :*

*Bài toán 1 :* Thực hiện phép tính : $6{,}4 \times 4{,}8 = ?$

– GV có thể hỏi HS các bước để thực hiện phép nhân các số tự nhiên ?

HS trả lời :

+ *Bước 1* : Đặt phép tính theo hàng dọc ;

+ *Bước 2* : Thực hiện phép tính nhân (lấy các chữ số của thừa số thứ hai nhân lần lượt với các chữ số của thừa số thứ nhất theo hướng từ phải sang trái).

– GV yêu cầu HS thực hiện phép nhân hai số tự nhiên (sau khi bỏ dấu phẩy thập phân).

HS thực hiện như sau :

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times\ 48 \\ \hline 512 \\ 256\ \\ \hline 3072 \end{array}$$

– Sau khi HS đã thực hiện đúng, GV hướng dẫn HS cách nhân một số thập phân với một số thập phân gồm có các bước sau :

+ *Bước 1 :* Thực hiện phép nhân như nhân các số tự nhiên ;

+ *Bước 2 :* Hai thừa số có tất cả hai chữ số ở phần thập phân, ta dùng dấu phẩy tách ở tích ra hai chữ số tính từ bên phải.

HS thực hiện như sau :

$$\begin{array}{r} 6{,}4 \\ \times\ 4{,}8 \\ \hline 512 \\ 256\ \\ \hline 30{,}72 \end{array}$$

*Bài toán 2 :* $4{,}75 \times 1{,}3 = ?$

– GV yêu cầu HS nêu các bước thực hiện phép tính này, HS trả lời :

+ *Bước 1 :* Thực hiện phép nhân như nhân các số tự nhiên ;

+ *Bước 2 :* Hai thừa số có tất cả ba chữ số ở phần thập phân, ta dùng dấu phẩy tách ở tích ra ba chữ số tính từ bên phải.

HS thực hiện phép tính :

$$\begin{array}{r} 4{,}75 \\ \times\ \ 1{,}3 \\ \hline 1425 \\ 475\ \ \\ \hline 6{,}175 \end{array}$$

Thông qua bài học này GV yêu cầu HS nêu các bước "*khi nhân một số thập phân với một số thập phân*" như sau :

*Bước 1 :* Đặt phép tính nhân theo hàng dọc (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, hàng nghìn, ...) thẳng hàng với nhau ;

*Bước 2 :* Thực hiện nhân như nhân các số tự nhiên ;

*Bước 3 :* Đếm xem trong phần thập phân của cả hai thừa số có bao nhiêu chữ số rồi dùng dấu phẩy tách ở tích ra bấy nhiêu chữ số tính từ bên phải.

*Áp dụng :*

*Bài toán 1 :* Đặt tính rồi tính :

a) $25{,}8 \times 1{,}5$ ;    b) $0{,}24 \times 4{,}7$ ;

c) $16{,}25 \times 6{,}7$ ;    d) $7{,}826 \times 4{,}5$

*Bài toán 2 :* Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 15,62 m và chiều rộng 8,4 m. Tính chu vi và diện tích vườn cây đó ?

*Ví dụ 3 :* Dạy bài : "*Giải bài tập*" (Toán 5).

*Bài toán :* Một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng bằng một nửa chiều dài. Tính diện tích tấm bìa đó, biết rằng nếu tăng cả chiều dài và chiều rộng lên 3 dm thì diện tích tấm bìa sẽ tăng thêm 49,5 $dm^2$ ?

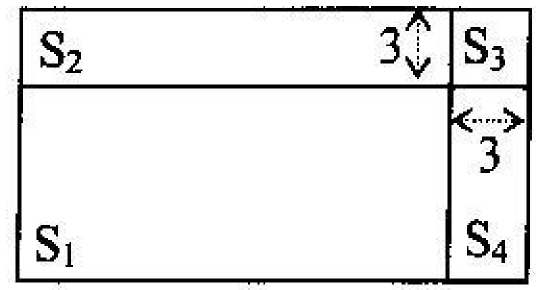
Đứng trước bài toán này, HS có thể sẽ lúng túng không biết bắt đầu giải như thế nào vì đây không phải dạng toán quen thuộc đã có thuật giải. Lúc này GV cần nêu câu hỏi gợi động cơ thích hợp để HS phân tích, đưa bài toán về dạng quen thuộc.

*Tóm tắt :*

Chiều rộng = $\frac{1}{2}$ chiều dài

$S_2 + S_3 + S_4 = 49,5\ dm^2$

$S_1 = \ldots\ dm^2$ ?

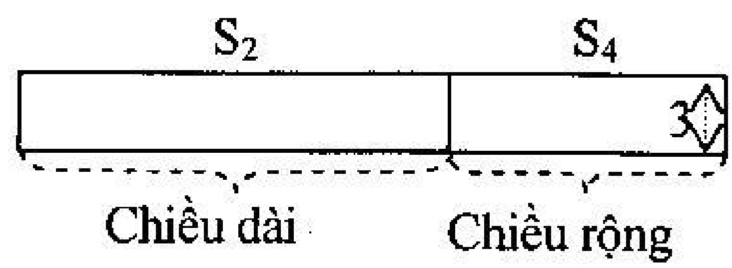



*Phân tích :*

Từ hình vẽ, suy ra diện tích tăng thêm chính là : $S_2 + S_3 + S_4 = 49,5\ dm^2$

Ta tính được diện tích $S_3$, suy ra diện tích $S_2 + S_4$.

Ta cắt ghép hình $S_2$, $S_4$ như sau :




Suy ra tổng chiều dài và chiều rộng thông qua tổng diện tích của $S_2$, $S_4$.

Mặt khác, chiều rộng = $\frac{1}{2}$ chiều dài. Như vậy ta đã đưa bài toán về dạng "*Tìm hai số khi biết tổng và tỉ của hai số đó*". HS áp dụng thuật giải để giải.

*Tổng hợp :*

Từ quá trình phân tích bài toán, GV yêu cầu HS rút ra các bước giải :

*Bước 1 :* Tính diện tích $S_3$ ;

*Bước 2 :* Tính tổng diện tích $S_3$, $S_4$ ;

*Bước 3 :* Tính tổng chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật ;

*Bước 4 :* Tính chiều dài hình chữ nhật ;

*Bước 5 :* Tính chiều rộng hình chữ nhật ;

*Bước 6 :* Tính diện tích hình chữ nhật.

*Lời giải :*

Từ hình vẽ ta có, diện tích của hình $S_3$ là : $3 \times 3 = 9\ (dm^2)$

Tổng diện tích của hai hình $S_2$, $S_4$ là : $49,5 - 9 = 40,5\ (dm^2)$

Tổng chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật là : $40,5 : 3 = 13,5$ (dm)

Chiều dài của hình chữ nhật là : $13,5 : (1 + 2) \times 2 = 9$ (dm)

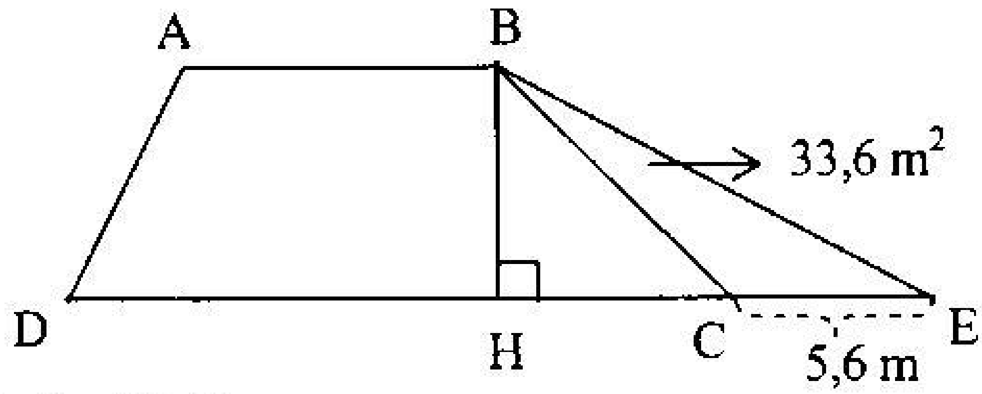
Chiều rộng của hình chữ nhật là : $13,5 - 9 = 4,5$ (dm)

Diện tích của hình chữ nhật là : $4,5 \times 9 = 40,5\ (dm^2)$

Sau khi HS đưa ra được thuật giải cho từng bài toán cụ thể, GV có thể nêu ra một số bài toán có dạng tương tự nhằm giúp HS rèn luyện kĩ năng giải toán.

*Áp dụng :*

Một thửa ruộng hình thang có trung bình cộng hai đáy là 30,15 m. Nếu tăng đáy lớn thêm 5,6 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm 33,6 $m^2$. Hãy tính diện tích của thửa ruộng đó ?




*Tóm tắt :*

Hình thang : (đáy bé + đáy lớn) : 2 = 30,15 m

Nếu đáy lớn tăng 5,6 m thì S tăng 33,6 $m^2$

Diện tích hình thang : ... ?

*Để giải bài toán này ta thực hiện các bước sau :*

*Bước 1 :* Tính tổng hai đáy của hình thang ;

*Bước 2 :* Tính độ dài đường cao của hình thang, vừa là đường cao của tam giác có diện tích 33,6 $m^2$ ;

*Bước 3 :* Tính diện tích hình thang.

*Lời giải :*

Tổng hai đáy của hình thang là : $30{,}15 \times 2 = 60{,}3$ (m)

Chiều cao của hình thang là : $(33{,}6 \times 2) : 5{,}6 = 12$ (m)

Diện tích của hình thang là : $(60{,}3 \times 12) : 2 = 361{,}8$ ($m^2$)

b. *Quy trình dạy học rèn luyện kĩ năng giải toán*

Gồm 6 bước :

*Bước 1 :* Tập cho HS thói quen phân tích bài toán, nhận dạng bài toán ;

*Bước 2 :* Rèn luyện cho HS tìm ra các thuật giải phù hợp với từng loại bài ;

*Bước 3 :* Cho HS tiến hành giải bài toán theo các thuật giải đưa ra ;

*Bước 4 :* Đặc biệt chú ý khâu kiểm tra lời giải ;

*Bước 5 :* Rèn luyện cho HS khả năng nghiên cứu lời giải ;

*Bước 6 :* Hướng dẫn HS tìm các bài toán liên quan, khai thác bài toán bằng các PP tương tự hoá, khái quát hoá.

Đối với những bài toán chưa có thuật giải, GV phải hướng dẫn HS tìm hiểu, phân tích bài toán để đưa ra được các thuật giải phù hợp với từng loại bài. Sau đây là một số bài toán chưa có sẵn thuật giải.

*Ví dụ 1 :* Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài 30 m. Người ta muốn thu hẹp chiều dài xuống 25 m nhưng lại phải giữ nguyên diện tích ban đầu nên đã phải tăng chiều rộng thêm 2 m. Hãy tính diện tích của mảnh vườn.

*Tóm tắt :* Chiều dài cũ : 30 m

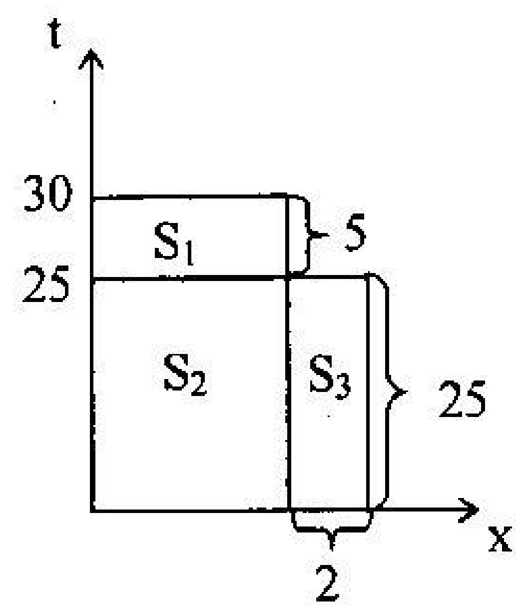
Chiều dài mới : 25 m

Chiều rộng tăng thêm : 2 m (diện tích không thay đổi)

Diện tích mảnh vườn : … m ?

*Phân tích :*

Để giải bài toán này, chúng ta phải sử dụng sơ đồ diện tích, ta có hình vẽ sau :




Mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu gồm $S_1$ và $S_2$. Sau khi thu hẹp chiều dài còn 25 m, tức là đã giảm chiều dài đi 5 m và tăng chiều rộng thêm 2 m thì mảnh vườn hình chữ nhật gồm $S_2$ và $S_3$.

Mặt khác, diện tích mảnh vườn cũ và mới bằng nhau nên $S_1 + S_2 = S_2 + S_3$, suy ra $S_1 = S_3$.

Theo sơ đồ thì chiều dài và chiều rộng của $S_3$ lần lượt là 25 m, 2 m nên ta tính được $S_1$, $S_3$. Mặt khác, ta cũng biết chiều rộng của $S_1$ nên tính được chiều dài của $S_1$ chính là chiều rộng của hình chữ nhật lúc đầu, từ đó ta tính được diện tích của hình chữ nhật ban đầu.

*Các bước thực hiện giải bài toán (thuật giải) :*

*Bước 1 :* Tính diện tích $S_3$ ;

*Bước 2 :* Tính chiều rộng $S_1$ ;

*Bước 3 :* Tính chiều rộng mảnh vườn (chiều dài của $S_1$) ;

*Bước 4 :* Tính diện tích mảnh vườn.

*Lời giải :* Từ hình vẽ, ta có : $S_3 = 2 \times 25 = 50$ ($m^2$)

Mà $S_1 = S_3$ nên $S_1 = 50$ ($m^2$)

Chiều rộng của $S_1$ là : $30 - 25 = 5$ (m)

Chiều dài của $S_1$ là : $50 : 5 = 10$ (m)

Chiều dài của $S_1$ chính bằng chiều rộng của mảnh vườn, bằng 10m

Diện tích mảnh vườn : $10 \times 30 = 300$ ($m^2$)

Đối với những bài toán thuộc dạng này, nếu chúng ta không dùng sơ đồ diện tích thì rất khó giải. Sử dụng sơ đồ diện tích nhằm đưa bài toán về dạng thường gặp, đơn giản và dễ thực hiện. Vì nó trực quan hóa mối quan hệ giữa các đại lượng cũng như giữa các giá trị của chúng. Sau đây chúng tôi đề xuất một số bài toán khi giải sử dụng thuật giải trên.

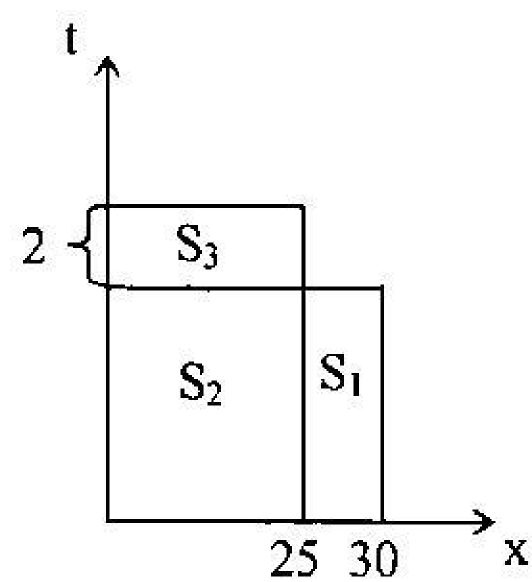
*Bài toán áp dụng 1 :*

Một ô tô đi từ Hà Nội đến Sơn La dự tính đi với vận tốc 30 km/giờ. Thực tế, ô tô chỉ đi được với vận tốc 25 km/giờ nên ô tô đã đến Sơn La muộn 2 giờ so với thời gian dự định. Tính quãng đường từ Hà Nội đến Sơn La.

Chúng ta thấy bài toán này cũng tương tự như ví dụ trên, nhưng đối với bài toán này đòi hỏi người học sau khi tìm ra được hướng giải thì phải nghiên cứu để tìm ra lời giải hợp lí.

*Tóm tắt :*

Chúng ta xem bài toán này như bài toán tính diện tích hình chữ nhật, thông qua sơ đồ diện tích chúng ta có các bước để giải bài toán này như sau :




*Bước 1 :* Tính quãng đường ô tô còn phải đi nốt tới Sơn La sau khi ô tô đi hết thời gian dự kiến với vận tốc 25 km/giờ ($S_3 = S_2$) ;

*Bước 2 :* Tính hiệu vận tốc ô tô thực tế so với dự định (chiều rộng $S_1$) ;

*Bước 3 :* Tính thời gian ô tô dự định đi (chiều dài $S_1$) ;

*Bước 4 :* Tính quãng đường Hà Nội – Sơn La ($S_1 + S_2$).

*Lời giải :*

Nếu ô tô đi với vận tốc 25 km/giờ thì sau khoảng thời gian dự định, ô tô chỉ đến được điểm cách Sơn La là : $2 \times 25 = 50$ (km)

Có khoảng cách này vì vận tốc ô tô đã giảm đi là : $30 - 25 = 5$ (km/giờ)

Thời gian ô tô dự định đi là : $50 : 5 = 10$ (giờ)

Quãng đường Hà Nội – Sơn La là : $10 \times 30 = 300$ (km)

*Bài toán áp dụng 2 :*

Một người mang theo vừa đủ số tiền để mua một số bút bi loại 2500 đ/cây theo dự kiến, nhưng khi đến cửa hàng thì chỉ còn loại bút 3000 đ/cây. Người đó cứ băn khoăn chưa biết có nên mua loại bút này không vì nếu mua thì số bút sẽ bị hụt so với dự kiến là 2 cây. Tính số tiền mà người đó đã mang theo.

*Tóm tắt :*

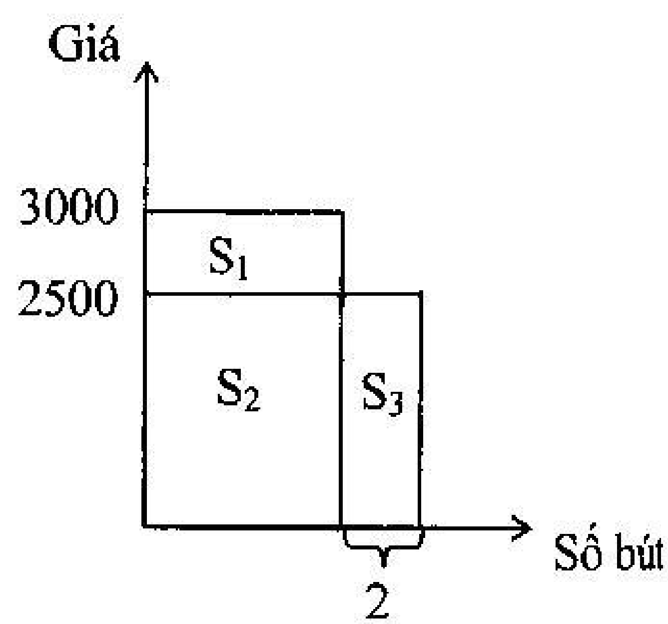
Từ sơ đồ diện tích ta thấy, để giải bài toán này cần có các bước sau :

*Bước 1 :* Tính số tiền bị thiếu khi mua bút với giá 3000 đ ($S_3 = S_1$) ;

*Bước 2 :* Tính giá tiền mỗi bút tăng (chiều rộng $S_1$) ;

*Bước 3 :* Tính số bút mua với giá 3000 đ (chiều dài $S_1$) ;

*Bước 4 :* Tính số tiền người đó mang đi ($S_1 + S_2$).




*Lời giải :*

Nếu người đó mua đủ số bút dự định với giá 3000 đ/cây thì số tiền thiếu là :

$$2 \times 2500 = 5000 \text{ (đ)}$$

Giá tiền mỗi cây bút đã tăng là : $3000 - 2500 = 500$ (đ)

Số cây bút mua được với giá 3000 đ/cây là : $5000 : 500 = 10$ (cây)

Số tiền người đó mang đi là : $10 \times 3000 = 30\ 000$ (đ)

*Ví dụ 2 :* Đầu năm, nhà trường mua 10 chiếc khoá loại I và 8 chiếc khóa loại II hết cả thảy 640 000 đồng. Giữa năm, nhà trường mua 7 chiếc khóa loại I và 8 chiếc khoá loại II hết cả thảy 520 000 đồng. Tính giá tiền mỗi chiếc khóa.

*Nhận xét :*

Đây là một bài toán hợp có nhiều số cho trước (số đã biết). Bài toán đòi hỏi tính giá trị của một đơn vị nào đó. Đối với những bài toán thuộc dạng này thì chúng ta phải thực hiện theo các bước sau :

*Bước 1 :*

Biến đổi hai giá trị cho trước của đại lượng thứ nhất để chúng bằng nhau ;

*Bước 2 :*

Tính hiệu hai giá trị tương ứng của đại lượng thứ hai (lấy số lớn trừ đi số bé) ;

*Bước 3 :* Tính hiệu hai giá trị tương ứng của đại lượng thứ ba ;

*Bước 4 :* Tính giá trị đơn vị của đại lượng thứ hai ;

*Bước 5 :* Tính giá trị đơn vị của đại lượng thứ nhất.

*Phân tích :*

Đại lượng thứ nhất : Khoá loại I

Đại lượng thứ hai : Khoá loại II

Đại lượng thứ ba : Tổng số tiền mua khoá của cả đợt

Ở bài toán đã cho, hai giá trị cho trước của đại lượng thứ hai đã bằng nhau (8 chiếc khóa loại II). Do đó ta chỉ cần so sánh hai hai giá trị cho trước của đại lượng thứ nhất và đại lượng thứ ba (đợt một mua hơn đợt hai mấy *khoá loại I* và *tổng số tiền* mua hơn nhau là bao nhiêu ?). Từ đó tính được giá trị đơn vị của đại lượng thứ nhất (từ hai hiệu ta tính được giá tiền của một khoá loại I), suy ra giá trị đơn vị của đại lượng thứ hai (giá tiền của một khóa loại II).

Cụ thể hoá điều đó bằng cách tóm tắt bài toán như sau :

*Tóm tắt :*

10 khóa loại I và 8 khóa loại II : 640 000 đ

7 khoá loại I và 8 khóa loại II : 520 000 đ

Giá tiền mỗi chiếc khoá : ... đ ?

*Lời giải :*

Số khóa loại I mua đợt một nhiều hơn đợt hai là : 10 – 7 = 3 (chiếc)

Số tiền mua khoá loại I đợt một nhiều hơn đợt hai là :

640 000 – 520 000 = 120 000 (đ)

Giá tiền mỗi khoá loại I là : 120 000 : 3 = 40 000 (đ)

Số tiền mua 10 khóa loại I là : 10 × 40 000 = 400 000 (đ)

Số tiền mua 8 khoá loại II là : 640 000 – 400 000 = 240 000 (đ)

Giá tiền mua mmỗi khóa loại II là : 240 000 : 8 = 30 000 (đ)

*Bài toán áp dụng 1 :*

Dương mua 5 ngòi bút và 3 quyển vở hết tất cả 38 000 đ. Giang mua 3 ngòi bút và 3 quyển vở như thế hết tất cả 30 000 đ. Tính giá tiền mỗi ngòi bút, mỗi quyển vở.

*Nhận xét :*

Ở bài toán này cũng đã cho biết hai giá trị cho trước của đại lượng thứ hai bằng nhau, đó là 3 quyển vở. Ta giải bài toán này tương tự các bước như ví dụ trên.

*Tóm tắt :*

5 ngòi bút và 3 quyển vở : 38 000 đ

3 ngòi bút và 3 quyền vở : 30 000 đ

Giá tiền mỗi ngòi bút, mỗi quyển vở : ... ; ... ?

*Lời giải :*

Số ngòi bút Dương mua nhiều hơn Giang là : 5 – 3 = 2 (chiếc)

Số tiền Dương mua ngòi bút nhiều hơn Giang là : 38 000 – 30 000 = 8000 (đ)

Giá tiền mỗi ngòi bút là : 8000 : 2 = 4000 (đ)

Số tiền để mua 5 ngòi bút là : 5 × 4000 = 20 000 (đ)

Số tiền để mua 3 quyển vở là : 38 000 – 20 000 = 18 000 (đ)

Giá tiền mỗi quyển vở là : 18 000 : 3 = 6000 (đ)

*Bài toán áp dụng 2 :*

Một cửa hàng bách hóa hôm qua bán được 12 chiếc áo và 5 chiếc quần thu được tất cả 268 000 đ. Hôm nay cửa hàng bán được 15 chiếc áo và 8 chiếc quần cùng loại thu được tất cả 370 000 đ. Tính giá tiền mỗi chiếc áo và mỗi chiếc quần.

*Phân tích :*

Để tính giá tiền một chiếc áo, ta có thể làm cho số quần bán trong hai ngày bằng nhau như sau :

– Gấp 8 lần số lượng bán của ngày hôm qua, ta có :

Từ số lượng bán trong ngày hôm qua, nếu ta bán $12 \times 8 = 96$ (chiếc áo) và $5 \times 8 = 40$ (chiếc quần) thì thu được tất cả $268\ 000 \times 8 = 2\ 144\ 000$ (đ)

– Gấp 5 lần số lượng bán của ngày hôm nay, ta có :

Nếu bán $15 \times 5 = 75$ (chiếc áo) và $5 \times 8 = 40$ (chiếc quần) thu được tất cả $370\ 000 \times 5 = 1\ 850\ 000$ (đ)

*Tóm tắt :*

12 áo và 5 quần : 268 000 đ

15 áo và 8 quần : 370 000 đ

Giá tiền mỗi áo ; mỗi quần : … ; … ?

*Lời giải :*

Nếu số lượng quần áo bán được trong ngày hôm qua tăng lên 8 lần thì :

96 áo và 40 quần : 2 144 000 đ

Nếu số lượng quần áo bán được trong ngày hôm nay tăng lên 5 lần thì :

75 áo và 40 quần : 1 850 000 đ

Nếu cùng bán được 40 chiếc quần thì số áo bán hôm qua hơn hôm nay là :

$$96 - 75 = 21 \text{ (áo)}$$

Số tiền bán áo hôm qua hơn hôm nay là :

$$2\ 144\ 000 - 1\ 850\ 000 = 294\ 000 \text{ (đ)}$$

Giá tiền bán một chiếc áo là : $294\ 000 : 21 = 14\ 000$ (đ)

Số tiền bán 96 chiếc áo là : $96 \times 14\ 000 = 1\ 344\ 000$ (đ)

Số tiền bán 40 chiếc quần là : $2\ 144\ 000 - 1\ 344\ 000 = 800\ 000$ (đ)

Giá tiền bán một chiếc quần là : $800\ 000 : 40 = 20\ 000$ (đ)

### *3.3. Xây dựng thuật giải cho một số dạng toán điển hình*

*Những dạng toán điển hình :*

Tìm hai số khi biết tổng và hiệu (của hai số đó) ; Tìm hai số khi biết tổng và tỉ ; Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ ; Tìm số trung bình cộng ; Đếm hình, đoạn thẳng, ghi hình bằng chữ ; Tìm số số hạng của dãy ; Tìm số hạng thứ n của dãy ; Tìm tổng của n số hạng của dãy số ; Cho vận tốc, thời gian tìm quãng đường ; Cho vận tốc, quãng đường tìm thời gian ; Cho quãng đường, thời gian tìm vận tốc ; Hai chuyển động cùng chiều, cùng lúc, đuổi nhau ; Hai chuyển động cùng chiều, không cùng lúc, đuổi nhau ; Hai chuyển động không cùng chiều, cùng lúc, đuổi nhau ; Hai chuyển động không cùng chiều, không cùng lúc, đuổi nhau ; Hai chuyển động ngược chiều, không cùng lúc ; Tìm giá trị chưa biết còn lại của đại lượng thứ 2 ; Dạng toán đề cập đến hai đối tượng (người, vật hay sự việc) có những tính chất biểu thị bằng hai số lượng chênh lệch nhau ; Dạng bài tập so sánh biểu thức ; Dạng viết số đo đại lượng dưới dạng số thập phân ; ... Các dạng này đều xây dựng được thuật giải để giải.

*Ví dụ 1 :* Dạng toán "*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*", có thuật giải như sau :

*Cách 1 :* + *Bước 1 :* Tìm số bé : (Tổng – Hiệu) : 2 ;
+ *Bước 2 :* Tìm số lớn : Tổng – Số bé.

*Cách 2 :* + *Bước 1 :* Tìm số bé : (Tổng – Hiệu) : 2 ;
+ *Bước 2 :* Tìm số lớn : Số bé + Hiệu.

*Cách 3 :* + *Bước 1 :* Tìm số bé : (Tổng – Hiệu) : 2 ;
+ *Bước 2 :* Tìm số lớn : (Tổng + Hiệu) : 2.

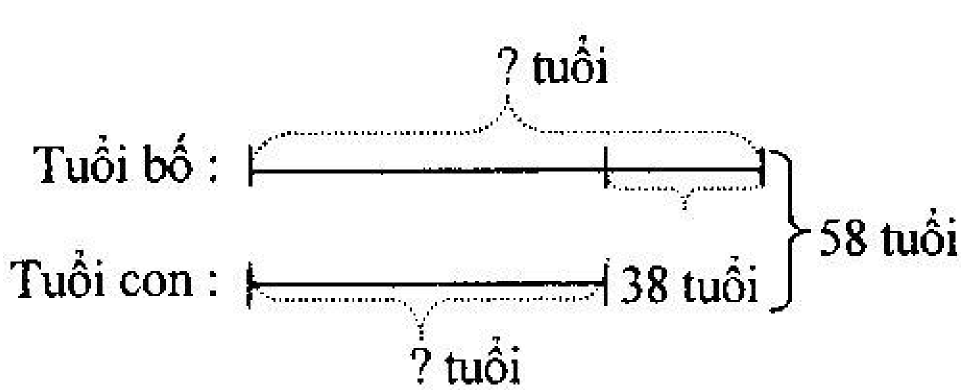
*Cách 4 :* + *Bước 1 :* Tìm số lớn : (Tổng + Hiệu) : 2 ;
+ *Bước 2 :* Tìm số bé : Tổng – lớn.

*Cách 5 :* + *Bước 1 :* Tìm số lớn : (Tổng + Hiệu) : 2 ;
+ *Bước 2 :* Tìm số bé : Số lớn – Hiệu.

*Bài toán áp dụng :*

Tuổi bố và tuổi con cộng lại được 58 tuổi. Bố hơn con 38 tuổi. Hỏi bố bao nhiêu tuổi, con bao nhiêu tuổi ?

*Tóm tắt :*




*Giải theo cách giải 1 :* Tuổi của con là : (58 – 38) : 2 = 10 (tuổi)
Tuổi của bố là : 58 – 10 = 48 (tuổi).

*Bài tập :* Một người đi xe máy và một người đi xe đạp khởi hành cùng một lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau 100 km. Nếu họ đi ngược chiều để gặp nhau thì sẽ gặp nhau sau 2 giờ. Nếu họ đi cùng chiều trên cùng một con đường để đến một địa điểm C thì người đi xe máy sẽ đuổi kịp người đi xe đạp sau 5 giờ. Tính vận tốc của mỗi người ?

Đây là dạng toán chuyển động đều kết hợp cả hai trường hợp "*Chuyển động cùng chiều, cùng lúc và chuyển động ngược chiều, cùng lúc*".

*Phân tích :*

Hai chuyển động xuất phát cùng lúc từ hai địa điểm A và B cách nhau một quãng đường S.

+ Nếu hai chuyển động ngược chiều với các vận tốc $v_1$, $v_2$ thì thời gian gặp nhau là : $t = S : (v_1 + v_2)$

+ Nếu hai chuyển động cùng chiều với các vận tốc $v_1 > v_2$ thì thời gian đuổi kịp là : $t = S : (v_1 - v_2)$

Theo dữ kiện của bài toán, ta tính được tổng và hiệu hai vận tốc dựa vào quãng đường và thời gian chuyển động của hai người. Từ đó ta tính được vận tốc của mỗi người nhờ vận dụng dạng toán quen thuộc "*Tìm hai số khi biết tổng và hiệu của hai số đó*".

*Các bước thực hiện :*

+ *Bước 1 :* Tìm tổng vận tốc của hai người (lấy quãng đường AB chia cho thời gian đi ngược chiều, gặp nhau) ;

+ *Bước 2 :* Tìm hiệu vận tốc của hai người (lấy quãng đường AB chia cho thời gian đi cùng chiều, gặp nhau) ;

+ *Bước 3 :* Tìm vận tốc của người đi xe đạp : (Tổng – Hiệu) : 2 ;

+ *Bước 4 :* Tìm vận tốc của người đi xe máy (Tổng – vận tốc người đi xe đạp).

*Tóm tắt :*

$S_{AB}$ = 100 km ;

Đi ngược chiều : $t_{gn}$ = 2 giờ

Đi cùng chiều : $t_{gn}$ = 5 giờ

$v_{\text{xe đạp}}$, $v_{\text{xe máy}}$ : ... ; ... ?

*Lời giải :*

Tổng vận tốc của hai người là : 100 : 2 = 50 (km/giờ)

Hiệu vận tốc của hai người là : 100 : 5 = 20 (km/giờ)

Vận tốc của người đi xe đạp là : (50 – 20) : 2 = 15 (km/giờ)

Vận tốc của người đi xe máy là : 50 – 15 = 35 (km/giờ).

*Ví dụ 2 :* Dạng toán "*Tìm hai số khi biết tổng số và tỉ số của hai số đó*", có thuật giải như sau :

*Cách 1 :*

+ *Bước 1 :* Tính tổng số phần bằng nhau ;

+ *Bước 2 :* Tính giá trị của một phần (Tổng : Tổng số phần bằng nhau) ;

+ *Bước 3 :* Tìm số bé (Giá trị một phần × Số phần của số bé) ;

+ *Bước 4 :* Tìm số lớn (Tổng – Số bé).

*Cách 2 :*

+ *Bước 1* : Tính tổng số phần bằng nhau ;

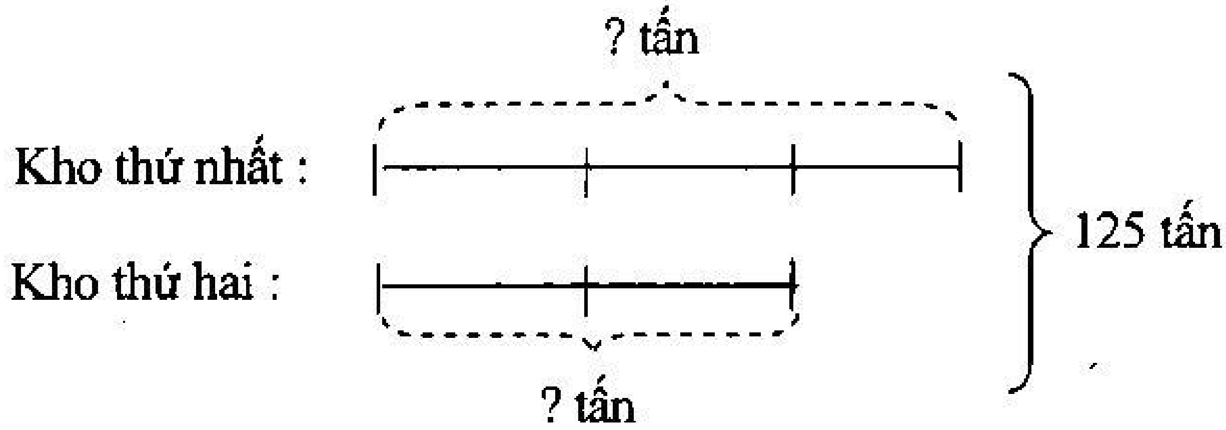
+ *Bước 2 :* Tính giá trị của một phần (Tổng : Tổng số phần bằng nhau) ;

+ *Bước 3 :* Tìm số lớn (Giá trị một phần × Số phần của số lớn) ;

+ *Bước 4 :* Tìm số bé (Tổng – Số lớn).

*Bài toán áp dụng 1 :* Hai kho chứa 125 tấn thóc, trong đó số thóc ở kho thứ nhất bằng $\frac{3}{2}$ số thóc ở kho thứ 2. Hỏi mỗi kho chứa bao nhiêu tấn thóc ?

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

*Cách 1 :*

Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là : 3 + 2 = 5 (phần)

Số tấn thóc của mỗi phần bằng nhau là : 125 : 5 = 25 (tấn thóc)

Số tấn thóc của kho thứ nhất là : $25 \times 3 = 75$ (tấn thóc)

Số tấn thóc của kho thứ hai là : $125 - 75 = 50$ (tấn thóc)

*Cách 2 :*

Theo sơ đồ, tổng số phần bằng nhau là : $3 + 2 = 5$ (phần)

Số tấn thóc của mỗi phần bằng nhau là : $125 : 5 = 25$ (tấn thóc)

Số tấn thóc của kho thứ hai là : $25 \times 2 = 50$ (tấn thóc)

Số tấn thóc của kho thứ nhất là : $125 - 50 = 75$ (tấn thóc)

*Bài toán áp dụng 2 :*

Tổng số tuổi của hai bố con là 42 tuổi. Tuổi con bằng $\frac{1}{6}$ tuổi bố. Tính tuổi của mỗi người ?

(Cách giải tương tự thuật giải của *bài toán áp dụng 1*).

Trong khi học toán, HS nắm được những PP giải khác nhau theo thuật giải của từng dạng toán khác nhau sẽ giúp HS phát huy được tính nhạy bén, thông minh và hứng thú học toán. Đồng thời giúp cho HS nắm bắt được từng kiểu bài có dạng đặc thù để khi giải giải toán đưa ra được kết quả nhanh và chính xác nhất.

*Bài tập 1 :*

Một người đi từ A đến B bằng ô tô với vận tốc 45 km/giờ, lúc từ B về A người ấy đi bằng xe đạp với vận tốc 15 km/giờ. Biết rằng cả đi lẫn về hết 4 giờ. Tính khoảng cách AB ?

*Phân tích* :

Đi cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian tỉ lệ nghịch với nhau. Vận tốc lúc đi bằng 3 lần vận tốc lúc về nên thời gian lúc về bằng 3 lần thời gian lúc đi. Từ đó ta tìm được thời gian lúc đi, thời gian lúc về dựa vào thuật toán "*tìm hai số khi biết tổng và tỉ của hai số đó*" rồi tính được quãng đường.

*Các bước thực hiện :*

*Bước 1 :* Tính tỉ số vận tốc lúc đi và vận tốc lúc về ;

*Bước 2 :* Suy ra tỉ số thời gian lúc về và lúc đi ;

*Bước 3 :* Tính thời gian lúc đi ;

*Bước 4 :* Tính thời gian lúc về ;

*Bước 5 :* Tính quãng đường AB.

*Tóm tắt* :

$V_{\text{ô tô}}$ : 45 km/giờ

$V_{\text{xe đạp}}$ : 15 km/giờ

Tổng thời gian đi ô tô và xe đạp : 4 giờ

$S_{AB}$ : … km ?

*Lời giải :*

Vận tốc lúc đi gấp vận tốc lúc về là : 45 : 15 = 3 (lần)

Từ đó suy ra thời gian lúc về gấp 3 lần thời gian lúc đi.

Thời gian lúc đi là : $\dfrac{4 \times 1}{4}$ = 1 (giờ)

Thời gian lúc về là : 1 × 3 = 3 (giờ)

Quãng đường AB là : 15 × 3 = 45 (km)

*Bài tập 2 :*

Nhà trường phát đều 800 quyển vở cho các lớp của khối 5 và khối 4. Hỏi mỗi khối được phát bao nhiêu quyển vở, biết khối 5 có 3 lớp, khối 4 có 5 lớp ?

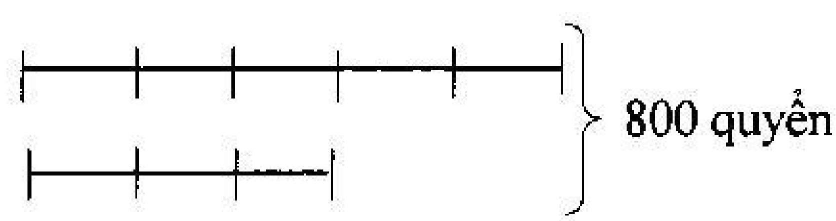
*Các bước thực hiện :*

Vẽ sơ đồ ; Tính tổng số lớp của hai khối ; Tính số vở phát cho mỗi lớp ; Tính số vở của từng khối.

*Tóm tắt :*

Số lớp khối 4 :

Số lớp khối 5 :




*Lời giải :*

Tổng số lớp của hai khối là : 3 + 5 = 8 (lớp)

Số vở phát cho mỗi lớp là : 800 : 8 = 100 (quyển vở)

Số vở phát cho khối 5 là : 100 × 3 = 300 (quyển vở)

Số vở phát cho khối 4 là : 100 × 5 = 500 (quyển vở)

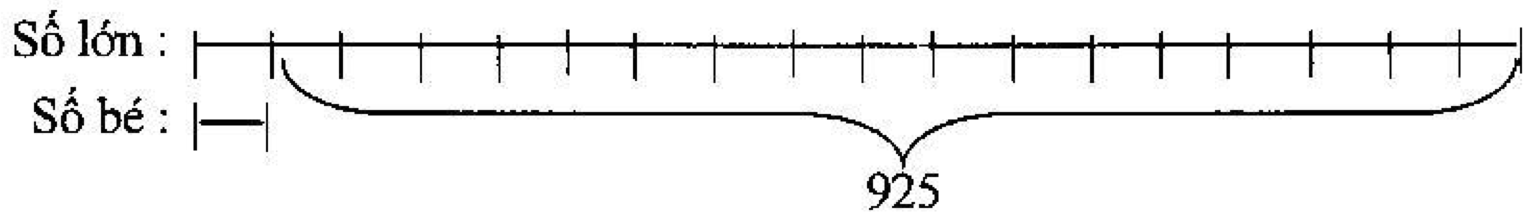
*Ví dụ 3 :* Dạng toán "*Tìm hai số khi biết hiệu và tỉ số của hai số đó*", có thuật giải như sau :

*Các bước thực hiện :*

Vẽ sơ đồ ; Tính số phần bằng nhau của hiệu hai số ; Tính giá trị mỗi phần bằng nhau ; Tính số lớn, số bé.

*Bài toán áp dụng :* Cho hai số có hiệu bằng 952, biết số này bằng $\frac{1}{18}$ số kia. Tìm hai số đó ?

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

Hiệu số phần bằng nhau là : 18 – 1 = 17 (phần)

Giá trị của mỗi phần bằng nhau là : 952 : 17 = 56

Số lớn là : 18 × 56 = 1008

Số bé là : 1 × 56 = 56

*Ví dụ 4 :* Dạng toán "*So sánh hai số*".

*Bài toán áp dụng :*

Điền dấu thích hợp (<, >, =) vào chỗ chấm :

a) 9 cm … 120 mm　　　　c) 5 km … 500 m

b) 1 giờ 30 phút … 90 phút　　　　d) 25 kg … 30 000 g

*Các bước thực hiện :*

+ Chuyển đổi hai số đo về cùng một đơn vị đo (khi chuyển đổi hai số đo về cùng đơn vị đo, để thuận tiện cho việc so sánh ta nên đổi đơn vị đo lớn hơn về đơn vị đo nhỏ hơn) :

a) 9 cm = 90 mm　　　　c) 5 km = 5 000 m

b) 1 giờ 30 phút = 90 phút　　　　d) 25 kg = 25 000 g

+ So sánh hai số đo như so sánh hai số tự nhiên :

a) $90 < 120$

b) $90 = 90$

c) $5\,000 > 500$

d) $25\,000 < 30\,000$.

+ Kết luận :

a) 9 cm < 120 mm

b) 1 giờ 30 phút = 90 phút

c) 5 km > 500 m

d) 25 kg < 30 000 g.

*Ví dụ 5 :* Dạng toán "*Viết số đo đại lượng dưới dạng số thập phân*".

*Bài toán áp dụng 1 :*

Viết 6 m 5 cm dưới dạng số thập phân có số đo bằng mét.

*Các bước thực hiện :*

+ Viết số đo đó thành phân số thập phân : 6 m 5 cm = $6\frac{5}{100}$ m (= $\frac{605}{100}$ m)

+ Viết phân số thập phân thành số thập phân : $6\frac{5}{100}$ m = 6,05 m

hoặc $\frac{605}{100}$ m = 6,05 m.

*Bài toán áp dụng 2 :*

Viết 2 kg 25 g dưới dạng số thập phân có số đo bằng ki-lô-gam.

*Các bước thực hiện :*

+ Viết số đo đó thành phân số thập phân : 2 kg 25 g = $2\frac{25}{1000}$ kg

hoặc $\frac{2025}{1000}$ kg.

+ Viết phân số thập phân thành số thập phân : $2\frac{25}{1000}$ kg = 2,025 kg

hoặc $\frac{2025}{1000}$ kg = 2,025 kg.

*Chú ý (một số thuật giải các dạng toán khác) :*

** Thuật toán giải dạng toán rút về đơn vị*

+ *Bước 1 :* Tìm giá trị của một phần trong các phần bằng nhau (*thực hiện phép tính chia*) ;

+ *Bước 2 :* Tìm giá trị của nhiều phần bằng nhau (*thực hiện phép tính nhân*).

*Ví dụ :* Có 40 m vải may được 8 bộ quần áo như nhau. Hỏi phải dùng bao nhiêu mét vải loại đó để may được 5 bộ quần áo như thế ?

*Phân tích :*

Cho biết hai giá trị đại lượng thứ nhất là 8 bộ và 5 bộ, một giá trị đại lượng thứ hai là 40 m. Bài toán yêu cầu tìm đại lượng thứ hai chưa biết.

*Tóm tắt :*

8 bộ : 40 m

5 bộ : ... m ?

*Lời giải :*

+ *Bước 1 (tìm xem 1 bộ quần áo may hết mấy mét vải) :*

Số mét vải để may một bộ quần áo là : 40 : 8 = 5 (m)

+ *Bước 2 (tìm xem 5 bộ quần áo may hết mấy mét) :*

Số mét vải để may 5 bộ quần áo là : 5 × 5 = 25 (m).

** Thuật toán giải dạng toán đề cập đến hai đối tượng (người, vật hay sự việc) có những tính chất biểu thị bằng hai số lượng chênh lệch nhau*

+ *Bước 1 :* Giả sử chỉ tồn tại một đối tượng : lấy tổng đối tượng × đại lượng thứ nhất ;

+ *Bước 2 :* Tính số lượng chênh lệch giữa thực tế và giả sử ;

+ *Bước 3 :* Tính số lượng chênh lệch giữa đại lượng thứ nhất và đại lượng thứ hai ;

+ *Bước 4 :* Tính số lượng của từng đối tượng (lấy số lượng ở bước 2 chia cho số lượng ở bước 3).

*Ví dụ :* Lớp có 32 bạn tham gia làm kế hoạch nhỏ, chuyển gạch vụn bằng xe cải tiến và quang gánh. Xe cải tiến cần 4 người một xe, còn quang gánh thì 2 bạn khiêng một chiếc. Vừa xe cải tiến vừa quang gánh có tất cả 13 dụng cụ. Hỏi có mấy xe cải tiến và mấy quang gánh ?

*Cách giải 1 :*

Nếu 13 dụng cụ đều là xe cải tiến thì số người tham gia sẽ là : 13 × 4 = 52 (người)

Số người dư ra so với thực tế là : 52 – 32 = 20 (người)

Số người dư ra này là do đổi mỗi quang gánh thành xe cải tiến cần thêm :

$$4 - 2 = 2 \text{ (người)}$$

Số quang gánh có là : 20 : 2 = 10 (chiếc)

Số xe cải tiến có là : 13 – 10 = 3 (chiếc)

*Cách giải 2 :*

Nếu 13 dụng cụ đều là quang gánh thì số người tham gia sẽ là : 13 × 2 = 26 (người)

Số người hụt đi là : 32 – 26 = 6 (người)

Số người hụt đi này là do đổi mỗi xe cải tiến thành quang gánh đã dư ra :

$$4 - 2 = 2 \text{ (người)}$$

Số xe cải tiến có là : 6 : 2 = 3 (chiếc)

Số quang gánh có là : 13 – 3 = 10 (chiếc)s

*Bài tập 1 :*

Một người hỏi nhà bác học Py-ta-go : "*Ông có bao nhiêu học trò học môn Toán?*" Py-ta-go nói : "*Số người học thể thao bằng một nửa số người học nhạc. Số người học làm thơ bằng một nửa số người học thể thao. Nếu tính thêm cả tôi nữa thì đúng bằng 100 người*". Hỏi Py-ta-go có bao nhiêu học trò học môn Toán ?

*Bài tập 2 :*

Quýt, cam mười bảy quả tươi.
Đem chia cho một trăm người cùng vui.
Chia ba mỗi quả quýt rồi.
Còn cam mỗi quả chia mười vừa xinh.
Trăm người, trăm miếng ngọt lành.
Quýt cam mỗi loại tính rành là bao ?

*Bài tập 3 :*

Rạp Kim Đồng một buổi chiếu phim bán được 500 vé loại 2000 đồng và 3000 đồng. Số tiền thu được là 1 120 000 đồng. Tính số vé bán được mỗi loại.

*Bài tập 4 :*

Cau nhỏ mỗi quả bổ ba.
Cau to mỗi quả chia ra làm mười.
Mỗi người một miếng trăm người.
Có mười bảy quả không nhiều đủ chia.
Hãy tính số quả cau to, số quả cau nhỏ ?

### 3.4. Rèn luyện kĩ năng cho học sinh

Rèn luyện các kĩ năng trước khi hình thành thuật giải cho HS là một biện pháp rất cần thiết và quan trọng, qua đó giúp cho HS hiểu sâu sắc hơn các mối quan hệ về toán học : Biểu thức, công thức, tính chất, ... đồng thời rèn luyện trí thông minh, óc sáng tạo và khả năng suy nghĩ linh hoạt, phát triển tư duy cho HS.

*Ví dụ 1 :* Khi dạy "*Nhân nhẩm với 11*" .

*Bài toán :* Tính : $16 \times 11$ ; $34 \times 11$ ; $18 \times 11$.

Đối với dạng bài toán này, thông thường, khi chúng ta đặt phép tính và tính thì sẽ gặp phải tiềm ẩn tính toán phức tạp, mất nhiều thời gian và dễ nhầm lẫn.

Ta có thể đưa bài toán này về dạng tổng có số hạng là số tròn chục. Bằng cách tách $11 = 10 + 1$. Ta có $16 \times (10 + 1) = 160 + 16 = 176$.

(Tương tự, HS tính $34 \times 11$ ; $18 \times 11$)

Từ đó HS rút ra được thuật giải như sau : "*Muốn nhân một số với 11, ta nhân số đó với 10 rồi cộng với chính số đó*"

*Ví dụ 2 :* Khi dạy "*So sánh các số có hai chữ số*"

*Bài toán :* $\boxed{\begin{matrix} < \\ > \\ = \end{matrix}}$ ?  a) 62 ... 65

b) 63 ... 58

Dạng toán này đòi hỏi HS phải nắm rõ các chữ số hàng chục, các chữ số hàng đơn vị và quy tắc thực hiện chúng. Có hai trường hợp xảy ra :

– *Trường hợp 1 :* So sánh các số có chữ số hàng chục giống nhau.

Khi các số có chữ số hàng chục giống nhau thì ta đi xét chữ số hàng đơn vị. Nếu số nào có chữ số hàng đơn vị lớn hơn thì sẽ lớn hơn và ngược lại.

*Chẳng hạn :* So sánh hai số 62 và 65, ta thấy hai số này có chữ số hàng chục giống nhau, đều là 6. Vì vậy ta tiếp tục so sánh chữ số hàng đơn vị. Ta thấy $2 < 5$ nên $62 < 65$ (hay $5 > 2$ nên $65 > 62$).

– *Trường hợp 2 :* So sánh các số có chữ số hàng chục khác nhau.

Khi các số có chữ số hàng chục khác nhau thì số nào có chữ số hàng chục lớn hơn thì lớn hơn và ngược lại.

*Chẳng hạn :* So sánh 63 và 58, ta thấy hai số này có các chữ số hàng chục khác nhau là 6 và 5, mà 6 > 5 nên 63 > 58 (hay 5 < 6 nên 58 < 63).

Thuật giải này chủ yếu vận dụng cho HS lớp 1. Thông qua thuật giải này giúp cho HS nắm vững được tính chất so sánh các số có hai chữ số. Từ đó rèn luyện kĩ năng linh hoạt, phản xạ nhanh nhạy và khắc sâu kiến thức cho HS.

*Ví dụ 3 :* Khi dạy "*Phép cộng hoặc trừ hai phân số khác mẫu số*".

*Bài toán :* Tính :

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ b) $\frac{20}{16} - \frac{3}{4}$

Để giải dạng toán này, ta phải thực hiện theo 2 bước :

+ *Bước 1* : Quy đồng mẫu số hai phân số ;

+ *Bước 2* : Cộng, trừ hai phân số cùng mẫu số.

*Chẳng hạn :*

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

– Quy đồng mẫu số (hai phân số này có mẫu chung nhỏ nhất là 6, vì thế chúng ta quy đồng theo dạng nhân chéo) :

$$\frac{1}{2} = \frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{3}{6}\,;\ \frac{1}{3} = \frac{1\times 2}{3\times 2} = \frac{2}{6}.$$

– Cộng hai phân số cùng mẫu số : $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$.

b) $\frac{20}{16} - \frac{3}{4}$

– Quy đồng mẫu số (hai phân số này có mẫu chung nhỏ nhất là 16, nên ta chỉ cần quy đồng phân số thứ hai) : $\frac{3}{4} = \frac{3\times 4}{4\times 4} = \frac{12}{16}$.

– Trừ hai phân số : $\frac{20}{16} - \frac{3}{4} = \frac{20}{16} - \frac{12}{16} = \frac{20-12}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$.

Vậy : *"Muốn cộng hoặc trừ hai phân số khác mẫu số, ta quy đồng mẫu số hai phân số, rồi cộng hoặc trừ hai phân số đó."*

Khi đã nắm vững cách thực hiện đối với dạng toán này thì HS sẽ thực hiện được những bài toán khác một cách nhanh chóng và dễ dàng.

### 3.5. *Giáo viên cần sử dụng các phương pháp dạy học thích hợp*

Sử dụng hình thức DH phân hóa sẽ kích thích mỗi HS tích cực học tập : Từ sự biện chứng của thống nhất và phân hoá, từ yêu cầu đảm bảo thực hiện tốt các mục đích DH là làm cho HS tự chủ, năng động, sáng tạo, tạo điều kiện cho mỗi thành viên hoạt động trong một lĩnh vực phù hợp với năng lực cá nhân, khai thác tiềm năng, tạo điều kiện tối ưu cho sự phát triển năng lực của HS.

Để DH phân hoá theo hướng phát triển tư duy thuật giải đạt hiệu quả cao đòi hỏi phải xác định được mức độ tập luyện bám sát trình độ HS.

Chẳng hạn, xét ví dụ khi DH dạng toán "*Rút về đơn vị*", ta chia làm hai cấp sau :

– *Bậc thấp :*

Tiến hành hoạt động tư duy thuật giải trên những đối tượng cụ thể.

*Ví dụ 1 :* Có 45 m vải may được 9 bộ quần áo như nhau. Hỏi phải dùng bao nhiêu mét vải để may được 7 bộ quần áo như thế ?

*Tóm tắt :* 9 bộ : 45 m

7 bộ : ... m ?

Bài toán này sẽ được giải theo hai bước sau :

\+ *Bước 1 :* Tính xem may một bộ quần áo hết bao nhiêu mét vải ?

\+ *Bước 2 :* Tính xem may 7 bộ quần áo như vậy hết bao nhiêu mét vải ?

*Lời giải :*

Số mét vải để may một bộ quần áo là : 45 : 9 = 5 (m)

Số mét vải để may 7 bộ quần áo là : 5 × 7 = 35 (m)

*Ví dụ 2 :* Một xe máy trong 3 giờ đi được 60 km. Hỏi xe đó trong 6 giờ đi được bao nhiêu ki-lô-mét ?

*Tóm tắt :* 3 giờ : 60 km

6 giờ : ... km ?

Bài toán này có thể giải theo hai cách sau đây :

*Cách 1 :*

\+ *Bước 1 :* Tính xem một giờ xe máy đi được bao nhiêu ki-lô-mét ;

\+ *Bước 2 :* Tính xem 6 giờ xe máy đi được bao nhiêu ki-lô-mét.

*Cách 2 :*

+ *Bước 1 :* Tính xem quãng đường xe máy đi được trong 6 giờ gấp bao nhiêu lần quãng đường xe máy đi được trong 3 giờ ;

+ *Bước 2 :* Tính số ki-lô-mét đi trong 6 giờ.

*Lời giải :*

*Cách 1 :*

Số ki-lô-mét trong một giờ xe máy đi được là : 60 : 3 = 20 (km)

Số ki-lô-mét trong 6 giờ xe máy đi được là : 20 × 6 = 120 (km)

*Cách 2 :*

Quãng đường xe máy đi được trong 6 giờ gấp quãng đường xe máy đi được trong 3 giờ số lần là : 6 : 3 = 2 (lần)

Số ki-lô-mét trong 6 giờ xe máy đi được là : 60 × 2 = 120 (km)

– *Bậc cao :*

Tiến hành hoạt động tư duy thuật giải trên đối tượng trừu tượng hơn.

*Ví dụ 3 :* Để chuyên chở 39 kg hàng hoá trên quãng đường dài 74 km phải chi phí hết 12 000 đồng. Hỏi phải chi phí hết bao nhiêu tiền nếu chuyên chở 26 kg trên quãng đường dài 185 km ? (Giá cước chuyên chở tỉ lệ thuận với khối lượng hàng hóa và độ dài quãng đường).

*Phân tích :*

Đây là một bài toán mở rộng của bài toán trên. Để giải được bài toán này, chúng ta có thể tách bài toán đã cho thành hai bài đơn giản, có dạng như ví dụ trên và tiến hành giải. Kết quả của bài toán thứ hai chính là đáp số của bài toán đã cho.

*Tóm tắt :* 39 kg ; 74 km : 12 000 đ

26 kg ; 185 km : … đ ?

*Các bước giải :*

+ *Bước 1 :*

Tính số tiền chi phí khi chuyên chở 26 kg trên đoạn đường 74 km.

39 kg ; 74 km : 12 000 đ

26 kg ; 74 km : … đ ?

+ *Bước 2 :*

Tính số tiền chi phí khi chuyên chở 26 kg trên đoạn đường 185 km.

26 kg ; 74 km : ... đ *(kết quả sau bước 1)*

26 kg ; 185 km : ... đ ?

*Lời giải :*

Chuyên chở 39 kg đi 74 km chi phí hết 12 000 đồng. Vậy chuyên chở 26 kg đi 74 km chi phí hết là : $(12\,000 \times 26) : 39 = 8000$ (đ)

Chuyên chở 26 kg đi 74 km chi phí hết 8000 đồng. Vậy chuyên chở 26 kg đi 185 km chi phí hết là : $(8000 \times 185) : 74 = 20\,000$ (đ)

# §5. RÈN LUYỆN TƯ DUY HÀM

## 1. Tư duy hàm

Là hoạt động trí tuệ nhằm phát hiện, khám phá các tri thức toán học dựa trên các quy luật về sự tương ứng giữa các tập hợp đối tượng, mối quan hệ phụ thuộc giữa chúng trong trạng thái vận động và biến đổi.

*Chú ý :* Tư duy hàm là phương thức tư duy đặc trưng bởi sự nhận thức quá trình phát triển các mối quan hệ chung và riêng giữa các đối tượng toán học hay giữa các tính chất của chúng. Tư duy hàm được biểu lộ trong sự nhận thức quá trình hình thành và phát triển các mối quan hệ giữa các đối tượng toán học, giữa các tính chất của các đối tượng toán học và kĩ năng sử dụng sự nhận thức về các mối quan hệ giữa các đối tượng và tính chất toán học.

## 2. Các đặc trưng của tư duy hàm

***2.1. Biểu diễn các đối tượng toán học trong sự vận động, biến đổi***

***2.2. Thể hiện cách tiếp cận thao tác - hành động đối với các sự kiện toán học và xử lí các mối liên hệ nhân - quả***

***2.3. Khuynh hướng giải thích (cặn kẽ) nội dung các sự kiện toán học và chú ý tới các khía cạnh ứng dụng của toán học***

## 3. Rèn luyện tư duy hàm cho học sinh khi dạy học môn Toán

***3.1. Xây dựng các hoạt động nhằm rèn luyện kĩ năng biểu diễn các đối tượng toán học trong sự vận động, biến đổi***

Đối với HS Tiểu học thì tư duy trừu tượng chưa cao, hầu hết trẻ nhận thức sự vật, hiện tượng nhờ tư duy trực quan. Vì vậy một trong các phương tiện để phát triển tư duy hàm có hiệu quả cao chính là hệ thống các bài toán về biểu diễn các đối tượng toán học trong sự vận động và biến đổi của chúng.

Biểu diễn các đối tượng toán học hay các đại lượng mà bài toán cho là cách phân tích để đi đến tóm tắt bài toán một cách trực quan, đơn giản và dễ hiểu nhất. Có thể dùng lời, dùng sơ đồ đoạn thẳng, biểu đồ Ven... Qua quá trình tập luyện, HS hình thành kĩ năng tóm tắt các bài toán trong chương trình học cũng như bất kì một bài toán nào mà HS gặp phải trong thực tế.

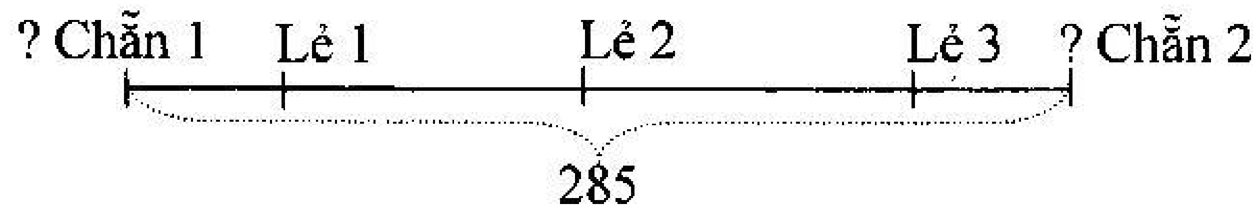
*Ví dụ 1 :* Tìm hai số chẵn có hai chữ số biết rằng giữa chúng có 3 số lẻ và tổng của năm số đó bằng 285.

*Hướng dẫn :* Để *biểu diễn* các dữ kiện bài toán đưa ra bằng sơ đồ đoạn thẳng GV cần giúp HS biết được :

+ Hai số lẻ liên tiếp hơn kém nhau 2 đơn vị

+ Một số lẻ và một số chẵn liên tiếp hơn kém nhau 1 đơn vị

*Tóm tắt :*




*Bài giải :* 5 lần số chẵn thứ nhất là : 285 – (1 + 3 + 5 + 6) = 270

Số chẵn thứ nhất là : 270 : 5 = 54

Số chẵn thứ hai là : 54 + 6 = 60.

*Ví dụ 2 :* Tìm bốn chữ số a, b, c, d biết : $\overline{ab,cd} - \overline{a,bcd} = 11,106$.

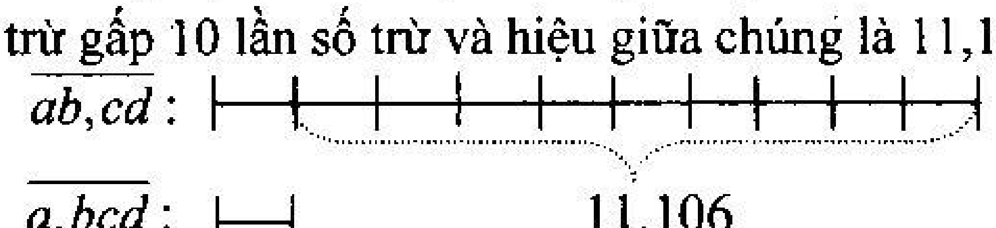
*Hướng dẫn :* Với bài toán này GV phải tổ chức hướng dẫn HS giải theo nhiều cách khác nhau như đưa về dạng cấu tạo số hoặc đưa về dạng toán "tìm hai số khi biết tỉ và hiệu của chúng" (chuyển dịch dấu phẩy của một số thập phân về bên trái hoặc bên phải).

GV có thể hỏi để HS so sánh số bị trừ và số trừ trong phép tính này giống và khác nhau ở điểm nào để HS dễ dàng hình dung ra cách giải và biểu diễn các đối tượng đã cho trong mối liên hệ giữa chúng (số trừ và số bị trừ đều có đầy đủ bốn chữ số a, b, c, d. Nhưng dấu phẩy ở số bị trừ được dịch sang bên phải 1 chữ số thì thành số trừ).

*Cách giải 1* (Giải bằng cách đưa về dạng toán tìm hai số khi biết hiệu và tỉ) :

Khi dịch chuyển dấu phẩy của số bị trừ sang bên phải một chữ số thì ta được số trừ. Khi đó số bị trừ gấp 10 lần số trừ và hiệu giữa chúng là 11,106.

Ta có sơ đồ:




9 lần $\overline{a,bcd}$ 11,106. Do đó $\overline{a,bcd} = 11,106 : 9 = 1,234$.

*Cách giải 2 :* Cùng gấp số bị trừ và số trừ lên 1000 lần để tạo thành số tự nhiên thì hiệu của chúng cũng tăng lên gấp 1000 lần nên ta có :

$\overline{ab,cd} \times 1000 - \overline{a,bcd} \times 1000 = 11,106 \times 1000$; $\overline{abcd0} - \overline{abcd} = 11106$

$\overline{abcd} \times 10 - \overline{abcd} = 11106$ (phân tích cấu tạo số)

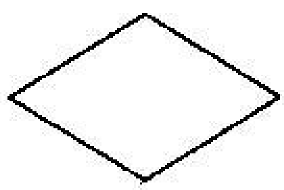
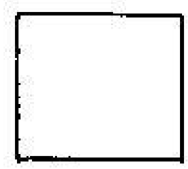
$\overline{abcd} \times (10 - 1) = 11106$; $\overline{abcd} \times 9 = 11106$ (nhân một số với một hiệu)

$\overline{abcd} = 11106 : 9$ (tìm thừa số của tích) ; $\overline{abcd} = 1234$.

Vậy : a = 1; b = 2; c = 3; d = 4.

### *3.2. Xem xét mối liên hệ giữa các khái niệm gần gũi nhau*

Chẳng hạn, khi học xong bài hình thoi, để giúp HS diễn đạt khái niệm hình vuông theo hình thoi, GV hướng dẫn: *Hình thoi* và *hình vuông* có cạnh như thế nào ? Có góc như thế nào ? GV yêu cầu HS *so sánh* :

| *Hình thoi* | *Hình vuông* |
|---|---|
| - Có 4 cạnh bằng nhau<br>- Có 2 cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau<br>- *Có 4 góc tùy ý*  | - Có 4 cạnh bằng nhau<br>- Có 2 cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau<br>- *Có 4 góc vuông*  |

Dựa vào một đặc điểm riêng (*về góc*), vậy em nào cho biết hình vuông là hình thoi như thế nào? (Hình vuông là hình thoi có 4 góc vuông).

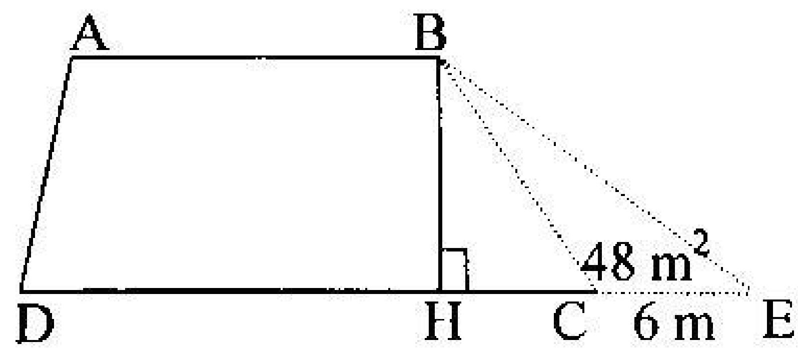
Việc khích lệ HS xem xét các khái niệm gần gủi nhau sẽ rèn luyện thao tác so sánh của tư duy.

### *3.3. Tập luyện cho học sinh phát hiện các chức năng khác nhau của cùng một đối tượng toán học*

Đó là các chức năng : Cũng cố kiến thức, nhận dạng và thể hiện đối tượng toán học (Giải theo bài toán mẫu đã cho, cho bài toán lấy được bài toán tương tự), …

*Ví dụ :* Nhà bác Tân có một thửa ruộng hình thang, trung bình cộng hai đáy bằng 32 m. Bác Tân mở rộng thửa ruộng bằng cách kéo dài đáy lớn thêm 6 m thì diện tích thửa ruộng tăng thêm 48 $m^2$. Tìm diện tích thửa ruộng sau khi mở rộng.

*Tóm tắt :*




(AB + DC ) : 2 = 32 m ; $S_{ABED}$= ... $m^2$ ?

*Hướng dẫn* (GV đưa ra hệ thống câu hỏi giúp định hướng giải cho HS) :

– Muốn tính diện tích thửa ruộng sau khi mở rộng ta phải tính cái gì ? (diện tích thửa ruộng ban đầu)

– Muốn tính diện tích thửa ruộng ban đầu khi đã biết trung bình cộng hai đáy ta phải tìm cái gì ? (chiều cao của thửa ruộng)

– Chiều cao của hình thang và hình tam giác trong bài toán có gì đặc biệt ? (là một)

– Có được tổng hai đáy hình thang và chiều cao, chúng ta có tính được diện tích hình thang không ?

*Hoặc GV hướng dẫn theo cách sau :*

– Bài toán đã cho biết trung bình cộng hai đáy của hình thang, chúng ta tìm được tổng hai đáy của hình thang ABCD.

– Muốn tính diện tích hình thang sau khi mở rộng ta phải tính diện tích hình thang ban đầu.

– Muốn tính diện tích hình thang ban đầu, chúng ta phải tìm chiều cao của hình thang.

Mặt khác diện tích tăng thêm chính là diện tích của tam giác mà chiều cao của tam giác cũng chính là chiều cao của hình thang.

*Qua bài toán này cần chỉ cho HS thấy* :

+ Trung bình cộng hai đáy của hình thang × 2 = Tổng hai đáy

+ Chiều cao tam giác BCE cũng chính là chiều cao của hình thang ABCD

+ Diện tích thửa ruộng cần tìm :

$S_{ABED} = S_{ABCD} + S_{BCE}$

*Giải :* Tổng hai đáy của hình thang lúc chưa mở rộng là : $31 \times 2 = 62$ (m)

Chiều cao của thửa ruộng hình thang là : $(48 \times 2) : 6 = 16$ (m)

Diện tích thửa ruộng lúc chưa mở rộng là : $(62 \times 16) : 2 = 496$ ($m^2$)

Diện tích thửa ruộng sau khi mở rộng là : $496 + 48 = 544$ ($m^2$).

Qua việc giải bài toán trên HS sẽ rèn luyện và phát triển TƯ DUY hàm (các mối quan hệ) nói riêng và TƯ DUY toán học nói chung.

### *3.4. Rèn luyện kĩ năng xác định, xử lí và sử dụng các mối liên hệ nhân quả trong các bài toán*

Mối liên hệ nhân quả, thể hiện sự biến đổi tương ứng của hai đại lượng mà sự biến đổi đó được diễn đạt bằng nhiều cách như dùng bảng, bằng công thức, ... Các đại lượng tỉ lệ thuận và tỉ lệ nghịch là những thể hiện về "*hàm số*" trong chương trình môn Toán cấp Tiểu học.

*Ví dụ 1 :* Hùng chỉ có 5 viên bi nhưng Tuấn có rất nhiều bi, Tuấn cho Hùng thêm ... viên bi nữa. Hỏi Hùng có tất cả bao nhiêu viên bi ?

Đối với bài toán này, GV cần gợi ý để HS khai thác và xử lí các dữ kiện mà bài toán cho nhằm tạo lập các mối quan hệ nhân quả, phụ thuộc giữa chúng.

*Hướng dẫn :* Cho HS lập bảng :

| *Số bi của Hùng* | *Tuấn cho thêm* | *Số bi của Hùng (sau khi Tuấn cho thêm)* |
|---|---|---|
| 5 | 1 | 5 + 1 |
| 5 | 2 | 5 + 2 |
| 5 | 3 | 5 + 3 |
| 5 | ... | ... |
| 5 | a | 5 + a |

– Số bi của Hùng sẽ phụ thuộc vào số bi Tuấn cho thêm.

– (3 + a) được gọi là biểu thức chứa chữ

– Giá trị của biểu thức 3 + a phụ thuộc vào giá trị của a

– Số bi lúc đầu và sau khi được cho thêm là hai đại lượng tỉ lệ thuận với nhau (nghĩa là số bi cho thêm bao nhiêu thì tổng số bi của Hùng tăng lên bấy nhiêu đơn vị).

*Ví dụ 2 :* Một đoàn du lịch đi cắm trại ở trong rừng mang theo một số gạo đủ cho 12 người ăn trong 15 ngày. Sau 5 ngày đoàn du lịch đó tiếp nhận thêm 8 người nữa. Hãy tính xem số gạo còn lại đủ cho cả đoàn ăn trong bao nhiêu ngày ?

*Hướng dẫn :*

– GV phải nêu rõ cho HS thấy đây là dạng toán giải theo "quy tắc tam suất nghịch" (nghĩa là số người cùng ăn tăng lên bao nhiêu lần thì số ngày ăn sẽ giảm xuống bấy nhiêu lần).

– Mối quan hệ nhân quả : Nếu … thì …

*Tóm tắt :* Số gạo đủ ăn cho 12 người trong : 15 ngày

Sau 5 ngày : thêm 8 người

Số gạo còn lại ăn trong : … ngày ?

*Nhận xét :* Sau khi ăn 5 ngày thì số gạo còn lại đủ cho 12 người ăn trong 10 ngày. Nhưng đoàn lại tiếp nhận thêm 8 người cùng ăn số gạo còn lại nên :

12 người ăn trong : 10 ngày

12 + 8 người ăn trong : … ngày ?

*Giải :* Số gạo còn lại đủ cho 12 người ăn trong số ngày là : 15 – 5 = 10 (ngày)

Số người cùng ăn số gạo còn lại là : 12 + 8 = 20 (người)

Một người ăn hết số gạo còn lại trong số ngày là : 10 × 12 = 120 (ngày)

Số ngày để 20 người ăn hết số gạo còn lại là : 120 : 20 = 6 (ngày).

### *3.5. Rèn luyện các cách tiếp cận khác nhau đối với các sự kiện toán học*

Trong DH môn Toán ở Tiểu học, chúng ta nên dùng các hoạt động ngôn ngữ để diễn đạt một đối tượng toán học, một bài toán bằng nhiều cách khác nhau giúp HS dễ dàng tiếp cận được nội dung và yêu cầu của bài toán.

*Ví dụ : Khi đi gặp nước ngược dòng*

*Nhẹ nhàng đến bến chỉ trong tám giờ*

*Khi về từ lúc xuống đò*

*Đến khi cập bến bốn giờ nhẹ veo*

*Hỏi rằng riêng một khóm bèo*

*Trôi theo dòng nước hết bao nhiêu giờ ?*

Hoặc ta có cách thể hiện khác của bài toán trên :

Trên khúc sông từ xã Hoà Tiến đến xã Hoà An, sáng nào bác lái đò cũng chở khách đi đến Hoà An mất 8 giờ. Nhưng khi đưa khách về lại Hoà Tiến, vì xuôi dòng nên chỉ đi hết trong 4 giờ. Hỏi một khóm bèo trôi theo đò từ Hoà An về Hoà Tiến mất mấy giờ ?

*Hướng dẫn :* – Để giải các bài toán chuyển động đều thì chúng ta cần phải thiết lập mối quan hệ giữa ba đại lượng : *s, v, t* (chuyển động của vật trên dòng nước)

– Chuyển động trên dòng nước khác với chuyển động trên mặt đất ở vận tốc chuyển động của dòng nước.

Ở bài toán này, tuy có hai cách thể hiện khác nhau nhưng nội dung và yêu cầu của bài toán vẫn là một.

+ Thời gian đò ngược dòng là 8 giờ

+ Thời gian đò xuôi dòng là 4 giờ

+ Yêu cầu của bài toán là tìm thời gian một khóm bèo khi trôi xuôi dòng.

*Cách giải 1 :* Tỉ số giữa thời gian đò xuôi dòng và thời gian đò ngược dòng là :

4 : 8 = 1 : 2. Trên cùng một quãng đường thì vận tốc và thời gian là hai đại lượng tỉ lệ nghịch với nhau nên tỉ số vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng là 2. Vận tốc xuôi dòng hơn vận tốc ngược dòng chính là 2 lần vận tốc dòng nước. Ta có sơ đồ :


Theo sơ đồ ta thấy vận tốc ngược dòng gấp 2 lần vận tốc dòng nước nên thời gian khóm bèo trôi theo đò gấp 2 lần thời gian ngược dòng.

Vậy thời gian khóm bèo trôi theo đò là : 8 × 2 = 16 ( giờ).

*Cách giải 2* : Vì đò đi ngược dòng mất 8 giờ nên trong 1 giờ đò đi được $\frac{1}{8}$ quãng sông đó. Đò đi xuôi dòng trở về mất 4 giờ nên trong 1 giờ đò đi được $\frac{1}{4}$ quãng sông đó.

Vận tốc xuôi dòng hơn vận tốc ngược dòng là : $\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (quãng sông đó)

Vì hiệu vận tốc đò xuôi dòng và vận tốc đò ngược dòng chính là 2 lần vận tốc dòng nước, nên 1 giờ khóm bèo trôi được là : $\frac{1}{8} : 2 = \frac{1}{16}$ (quãng sông đó)

Thời gian để khóm bèo trôi theo đò là : $1 : \frac{1}{16} = 16$ (giờ).

# §6. RÈN LUYỆN TƯ DUY BIỆN CHỨNG

## 1. Tư duy biện chứng

Là một phương thức tư duy, xem xét sự vật hiện tượng trong sự thống nhất và mâu thuẫn, trong sự vận động và phát triển, trong mối liên hệ và phụ thuộc với các sự vật khác.

## 2. Các đặc trưng của tư duy biện chứng

### *2.1. Tính khách quan*

Khi xem xét sự vật, phải xuất phát từ chính bản thân sự vật. Như thế, chủ thể không được xem xét sự vật một cách "*chủ quan, tùy tiện, gán ghép cho sự vật những thuộc tính mà nó không có*". Đây là những nguyên tắc xuất phát, nền tảng, đầu tiên dẫn đến việc nhận thức khách thể một cách đúng đắn, tránh được sự chủ quan trong quá trình phản ánh.

### *2.2. Tính toàn diện*

Khi nhận xét sự vật, phải xem xét một cách đầy đủ với tất cả tính phức tạp của nó. Như thế, chủ thể cần nghiên cứu đối tượng trong tất cả các mặt, các mối quan hệ (bên trong và bên ngoài), tất cả các mắt xích trung gian, trong tổng thể những mối quan hệ phong phú, phức tạp và muôn vẻ của nó với các sự vật khác. Tuân thủ nguyên tắc này, chủ thể tránh được những sai lầm của cách xem xét chủ quan, phiến diện, một chiều, thổi phồng một mặt nào đó tới mức làm sai lệch bản chất của sự vật.

### *2.3. Tính lịch sử*

Khi xem xét sự vật, phải nhận thức sự vật trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó. Như thế, chủ thể cần xem xét sự vật ấy đã xuất hiện như thế nào trong lịch sử, đã trải qua những giai đoạn phát triển chủ yếu nào và hiện tượng đó ra sao ? Tuân thủ nguyên tắc này, chủ yếu tránh được những sai lầm của cách xem xét sự vật một cách "siêu hình", cứng nhắc, bảo thủ.

### *2.4. Tính hai mặt (phân đôi cái thống nhất : mâu thuẫn và thống nhất)*

Bất cứ sự vật nào cũng là một thể thống nhất của các mặt đối lập và luôn luôn có sự mâu thuẫn giữa các mặt đối lập. Sự mâu thuẫn ấy chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển đối với các sự vật và hiện tượng. Mặt đối lập là sự khái quát những mặt, những thuộc tính, những khuynh hướng, ... trái ngược nhau trong một chỉnh thể làm nên sự vật và hiện tượng. Thống nhất và đối lập là hai mặt liên hệ với nhau, ràng buộc nhau và quy định lẫn nhau, mặt này lấy mặt kia làm tiền đề tồn tại cho mình. Mâu thuẫn giữa các mặt đối lập nghĩa là các mặt đối lập phủ định nhau. Tuân thủ nguyên tắc này nghĩa là chủ thể nắm được hạt nhân của phép biện chứng (*không ngừng vận động, phát triển, chuyển hóa lẫn nhau*).

### *2.5. Tính thay đổi*

Một trong 3 quy luật cơ bản của phép biện chứng là : Quy luật chuyển hóa từ những sự thay đổi về lượng dẫn đến sự thay đổi về chất (*thống nhất, đấu tranh của các mặt đối lập ; phủ định của phủ định*). Quy luật này rất phổ biến trong toán học.

## 3. Rèn luyện tư duy biện chứng cho học sinh khi dạy học môn Toán

### *3.1. Xem xét đối tượng toán học một cách toàn diện*

*a. Xem xét mối quan hệ giữa các phần của bài toán khi giải toán*

Các phần của bài toán cần xem xét là : Cho, tìm và mối quan hệ giữa cho – tìm.

*Ví dụ :* Một con sói đuổi bắt một con thỏ ở cách xa 17 bước sói. Con thỏ ở cách hang của nó 80 bước thỏ. Khi thỏ chạy được 3 bước thì sói chạy được 1 bước và 1 bước sói bằng 8 bước thỏ. Bạn hãy cho biết sói có bắt được thỏ hay không ?

*Phân tích :*

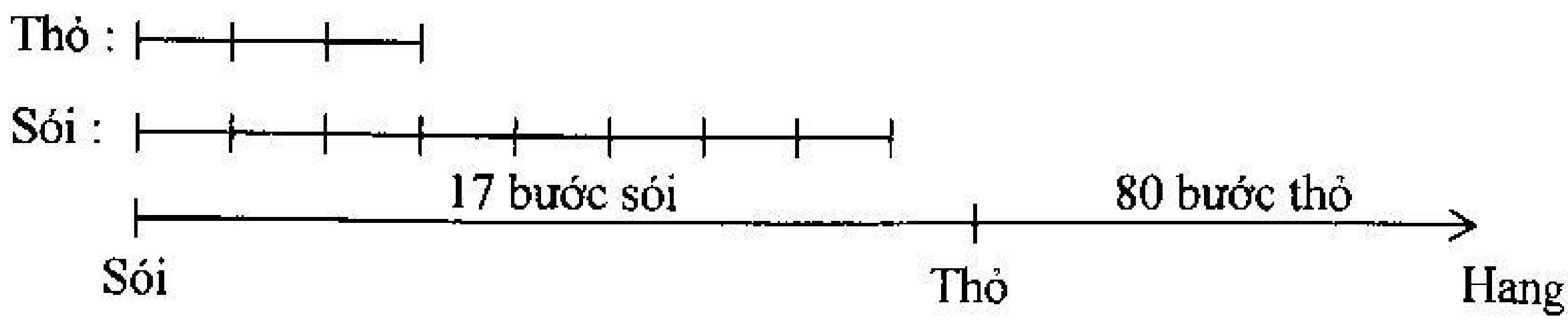
– Cho *(dữ kiện)* : Một con sói đuổi bắt một con thỏ ở cách xa 17 bước sói ; Con thỏ ở cách hang của nó 80 bước thỏ.

– Tìm *(ẩn số)* : Sói có bắt được thỏ hay không ?

– Mối quan hệ giữa cho – tìm *(điều kiện)* : Thỏ chạy được 3 bước thì sói chạy được 1 bước ; 1 bước sói bằng 8 bước thỏ.

Từ cách phân tích trên, ta có thể tóm tắt như sau :

*Tóm tắt :*




Hỏi : Sói có bắt được thỏ hay không ?

*Lời giải :*

Để đến được hang thỏ thì số bước sói phải chạy là : $17 + 80 : 8 = 27$ (bước sói)

Khi sói đến được cửa hang thì số bước thỏ đã chạy là : $27 \times 3 = 81$ (bước thỏ)

Vì thỏ chỉ cách hang có 80 bước thỏ nên khi sói chạy đến cửa hang thì thỏ đã chạy vào trong hang được 1 bước rồi. Vì vậy sói không bắt được thỏ.

*b. Xem xét quy tắc khi giải toán*

*Ví dụ :* Quy tắc "*Muốn tìm số trung bình cộng của nhiều số, ta tính tổng của các số đó rồi chia tổng tìm được cho số các số hạng*".

GV cần hướng dẫn cho HS hiểu rõ *bản chất* của quy tắc trên là : Muốn tìm số trung bình cộng của nhiều số, ta phải thực hiện theo 2 bước :

+ *Bước 1 :* Tính tổng các số ;

+ *Bước 2 :* Xác định số các số hạng, lấy tổng các số chia cho số các số hạng đó.

*Áp dụng :*

Tìm số trung bình cộng của các số tự nhiên từ 1 đến 9 ?

*Lời giải :*

Số trung bình cộng là : $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) : 9 = 5$

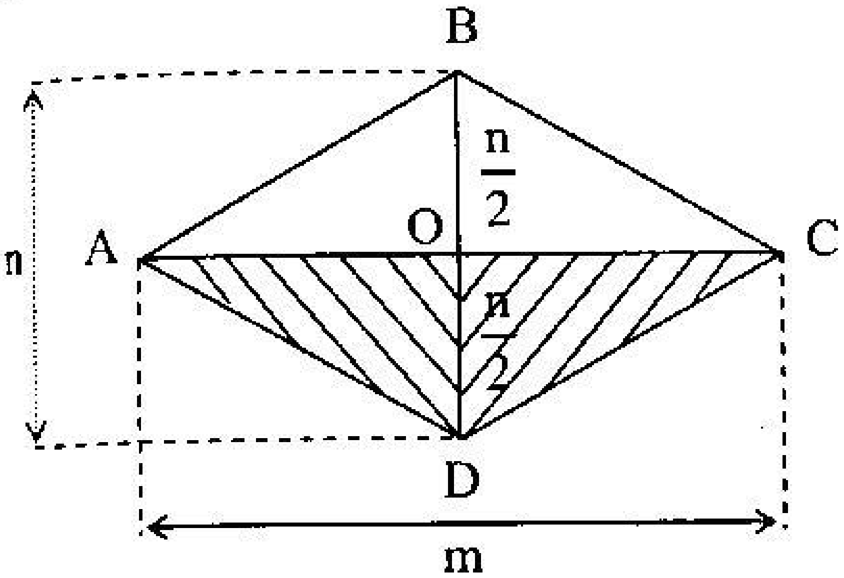
*Nhận xét :*

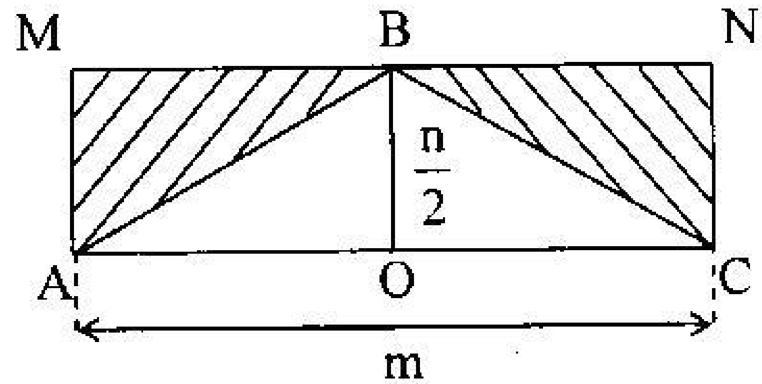
Với bài toán trên, nếu HS không hiểu rõ bản chất của quy tắc thì có thể sẽ dẫn đến sai lầm khi giải toán.

*c. Xem xét công thức khi giải toán*

– *Ví dụ :* Công thức "*Diện tích hình thoi bằng tích của độ dài hai đường chéo chia cho 2 – cùng đơn vị đo*". Cụ thể : S = (m × n) : 2, trong đó: S là diện tích của hình thoi ; m, n là độ dài của hai đường chéo.

– Khi hướng dẫn cho HS hình thành (*xây dựng*) công thức tính diện tích hình thoi, trong sách giáo khoa đã viết : "*Cắt hình tam giác AOD và hình tam giác COD rồi ghép với hình tam giác ABC để được hình chữ nhật MNCA*".




Khi đó, diện tích hình thoi ABCD bằng diện tích hình chữ nhật MNCA và bằng $(m \times n) : 2$. Không phải HS nào cũng hiểu được điều đó, khi dạy GV cần làm cho HS hiểu được *nguồn gốc* của công thức tính diện tích hình thoi dựa trên thủ thuật cắt, ghép hình. Cắt hình thoi ABCD để ghép thành hình chữ nhật MNCA và thông qua công thức tính diện tích hình chữ nhật MNCA để tính diện tích hình thoi. Lúc này chiều dài hình chữ nhật chính là độ dài một đường chéo của hình thoi và bằng m, chiều rộng hình chữ nhật là độ dài một nửa đường chéo của hình thoi (chia đôi đoạn thẳng BD thành hai đoạn thẳng BO = OD = n : 2).

*d. Xem xét đặc thù riêng của từng bài toán khi giải*

Khi giải một bài toán, GV cần hướng dẫn HS thử đặt một trường hợp không xảy ra, không phù hợp với *điều kiện tồn tại* của bài toán, từ đó đưa bài toán đến tình huống thích hợp.

*Chẳng hạn, xét :*

*Bài toán cổ :* Vừa gà vừa chó ; Bó lại cho tròn ; Ba mươi sáu con ; Một trăm chân chẵn. Tính số gà và số chó ?

*Lời giải :*

Giả sử 36 con toàn là gà thì số chân là : $2 \times 36 = 72$ (chân)

Số chân bị hụt đi là : $100 - 72 = 28$ (chân)

Số chân bị hụt đi do mỗi con chó đã tính hụt đi số chân là : $4 - 2 = 2$ (chân)

Số chó là : $28 : 2 = 14$ (con)

Số gà là : $36 - 14 = 22$ (con)

### *3.2. Xem xét đối tượng toán học trong cả quá trình lịch sử, phát triển của nó*

Khi xem xét sự vật, phải nhận thức sự vật trong sự phát triển, trong sự tự vận động của nó.

*Ví dụ :* Sự hình thành và mở rộng các tập hợp số ở cấp Tiểu học.

Tập hợp *số tự nhiên* ra đời do nhu cầu đếm. Tổng và tích của hai số tự nhiên bất kì là một số tự nhiên nhưng thương của hai số tự nhiên không phải lúc nào cũng là một số tự nhiên (*chẳng hạn :* 7 : 3 = ? ; 5 : 2 = ?). Mâu thuẫn này làm cho tập hợp *phân số* ra đời. Khi biểu diễn số đo của các đại lượng buộc *số thập phân* ra đời (*chẳng hạn :* đo chiều dài của bảng được 237 mm, tính ra mét là bao nhiêu ?).

### *3.3. Xem xét đối tượng toán học trong mối liên hệ với các đối tượng toán học có liên quan*

Các sự vật, hiện tượng đều có mối liên hệ với nhau (bên trong và bên ngoài, trực tiếp và gián tiếp) trong tổng thể những mối quan hệ phong phú, phức tạp và muôn vẻ của nó với các sự vật, hiện tượng khác. Toán học không ngoại lệ.

a. *Xem xét "biểu thức" trong "mối liên hệ" với tính chất của các phép tính cộng, trừ, nhân và chia*

– *Biểu thức chứa một chữ* (liên hệ với công thức tính chu vi hình vuông : $P = a \times 4$) ;

– *Biểu thức chứa hai chữ* ($a + b$ ; $a - b$ ...)

Liên hệ với tính chất giao hoán của phép cộng : $a + b = b + a$ ;

Liên hệ với tính chất giao hoán của phép nhân : $a \times b = b \times a$ ;

– *Biểu thức chứa ba chữ* ($a + b + c$ ; $a \times b \times c$ ...)

Liên hệ với tính chất kết hợp của phép cộng : $(a + b) + c = a + (b + c)$ ;

Liên hệ với tính chất kết hợp của phép nhân : $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ ;

Liên hệ với tính chất trừ một số với một tổng : $a - (b + c) = (a - c) - b = (a - b) - c$ ;

Liên hệ với tính chất trừ một số với một hiệu : $a - (b - c) = (a + c) - b$ ;

Liên hệ với tính chất nhân một số với một tổng : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ ;

Liên hệ với tính chất nhân một số với một hiệu : $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$ ;

Liên hệ với tính chất chia một số với một tích : $a : (b \times c) = (a : b) : c = (a : c) : b$ ;

Liên hệ với tính chất chia một số với một thương : $a : (b : c) = (a \times c) : b$.

*b. Xem xét "giải toán tính tuổi" trong "mối liên hệ" với các dạng bài tập*

*– Dạng toán tính tuổi liên quan tới số trung bình cộng*

*Ví dụ :* Trung bình cộng tuổi của ba, mẹ, Hùng và Hồng là 25 tuổi. Trung bình cộng tuổi của ba, mẹ và Hồng là 28 tuổi. Tìm số tuổi mỗi người, biết tuổi Hùng gấp đôi tuổi Hồng, tuổi Hồng bằng $\frac{1}{5}$ tuổi ba.

*Tóm tắt :*

Tuổi trung bình của ba, mẹ, Hùng và Hồng : 25 tuổi

Tuổi trung bình của ba, mẹ và Hồng : 28 tuổi

Tuổi Hùng : gấp đôi tuổi Hồng

Tuổi Hồng : $\frac{1}{5}$ tuổi ba

Tuổi mỗi người : … tuổi ?

*Lời giải :*

Tổng số tuổi của ba, mẹ, Hùng và Hồng là : $25 \times 4 = 100$ (tuổi)

Tổng số tuổi của ba, mẹ, và Hồng là : $28 \times 3 = 84$ (tuổi)

Tuổi của Hùng là : $100 - 84 = 16$ (tuổi)

Tuổi của Hồng là : $16 : 2 = 8$ (tuổi)

Tuổi của ba là : $8 \times 5 = 40$ (tuổi)

Tuổi của mẹ là : $100 - (40 + 16 + 8) = 36$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi liên quan tới số đo thời gian*

*Ví dụ :* Một người sinh vào đầu năm 76 của thế kỉ XIX và mất vào đầu năm 37 của thế kỉ XX. Hỏi người đó đã sống bao nhiêu năm ?

*Lời giải :*

Năm 76 của thế kỉ XIX tức là năm 1876.

Năm 37 của thế kỉ XX tức là năm 1937.

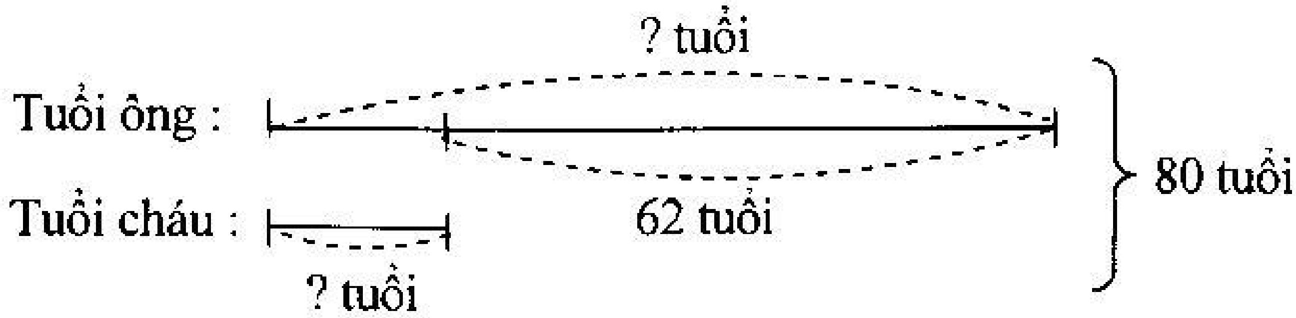
Số năm người đó đã sống là : $1937 - 1876 = 61$ (năm)

*– Dạng toán tính tuổi khi biết tổng số tuổi và hiệu số tuổi của hai người*

*Ví dụ :* Hai ông cháu hiện nay có tổng số tuổi là 80. Cách đây 5 năm, cháu kém ông 62 tuổi. Hỏi hiện nay ông bao nhiêu tuổi, cháu bao nhiêu tuổi ?

*Tóm tắt :*

Cách đây 5 năm cháu kém ông 62 tuổi, hiện nay cháu vẫn kém ông 62 tuổi (vì hiệu số tuổi không thay đổi theo thời gian).




*Lời giải :*

Hiện nay tuổi của cháu là : $(80-62):2=9$ (tuổi)

Hiện nay tuổi của ông là : $(80+62):2=71$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi biết tổng số tuổi và tỉ số tuổi của hai người*

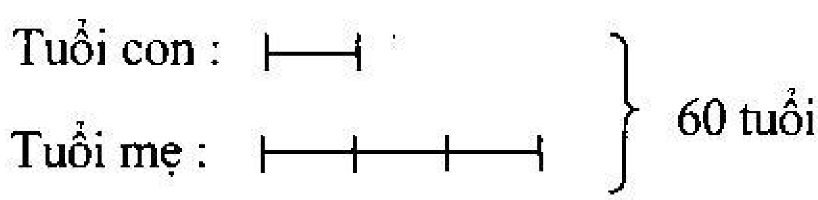
*Ví dụ :* Tổng số tuổi của hai mẹ con hiện nay là 50. Sau 5 năm, tuổi mẹ gấp 3 lần tuổi con. Tính tuổi mỗi người hiện nay.

*Tóm tắt :*

Sau 5 năm, tổng số tuổi của hai mẹ con tăng thêm là : $5+5=10$ (tuổi)

Sau 5 năm, tổng số tuổi của hai mẹ con là : $50+10=60$ (tuổi)

Ta có sơ đồ :




*Lời giải :*

Tổng số phần bằng nhau là : $3+1=4$ (phần)

Tuổi của con sau 5 năm là : $60:4=15$ (tuổi)

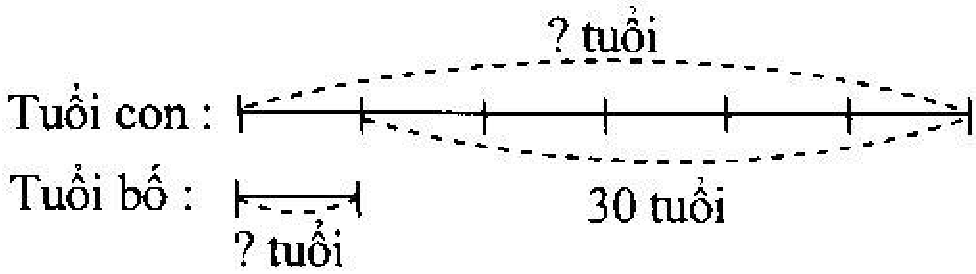
Tuổi con hiện nay là : $15-5=10$ (tuổi)

Tuổi mẹ hiện nay là : $50-10=40$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi biết hiệu số tuổi và tỉ số tuổi của hai người*

*Ví dụ :* Bố hơn con 30 tuổi. Tuổi con bằng $\frac{1}{6}$ tuổi bố. Tính tuổi của mỗi người.

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

Hiệu số phần bằng nhau là : $6 - 1 = 5$ (phần)

Tuổi của con là : $30 : 5 = 6$ (tuổi)

Tuổi của bố là : $30 + 6 = 36$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi biết giá trị một phân số của số tuổi*

*Ví dụ :* Tuổi con gái bằng $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ, tuổi con trai bằng $\frac{1}{5}$ tuổi mẹ. Tổng số tuổi của con gái và con trai là 18 tuổi. Hỏi mẹ bao nhiêu tuổi ?

*Tóm tắt :*

Tuổi con gái = $\frac{1}{4}$ tuổi mẹ

Tuổi con trai = $\frac{1}{5}$ tuổi mẹ

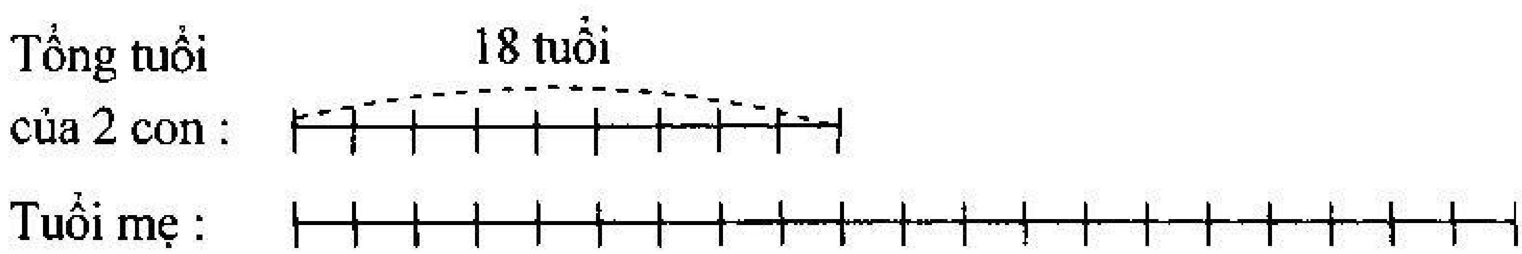
Tuổi con gái + Tuổi con trai = 18 tuổi

Mẹ : ... tuổi ?

*Lời giải :*

Tỉ số tổng tuổi của con gái và con trai so với tuổi mẹ là : $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$.

Ta thấy tuổi của con gái và tuổi của con trai chiếm 9 phần thì tuổi của mẹ chiếm 20 phần. Ta có sơ đồ sau :




Số tuổi của một phần bằng nhau là : $18 : 9 = 2$ (tuổi)

Tuổi của mẹ là : $20 \times 2 = 40$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi khi biết hai hiệu số tuổi*

*Ví dụ :* Hiện nay bố 32 tuổi, con gái đầu 7 tuổi và con trai thứ 5 tuổi. Hỏi sau mấy năm nữa thì số tuổi của bố bằng tổng số tuổi của hai con ?

*Lời giải :*

Tổng số tuổi của hai con hiện nay là : $7 + 5 = 12$ (tuổi)

Hiện nay số tuổi bố hơn tổng số tuổi của hai con là : $32 - 12 = 20$ (tuổi)

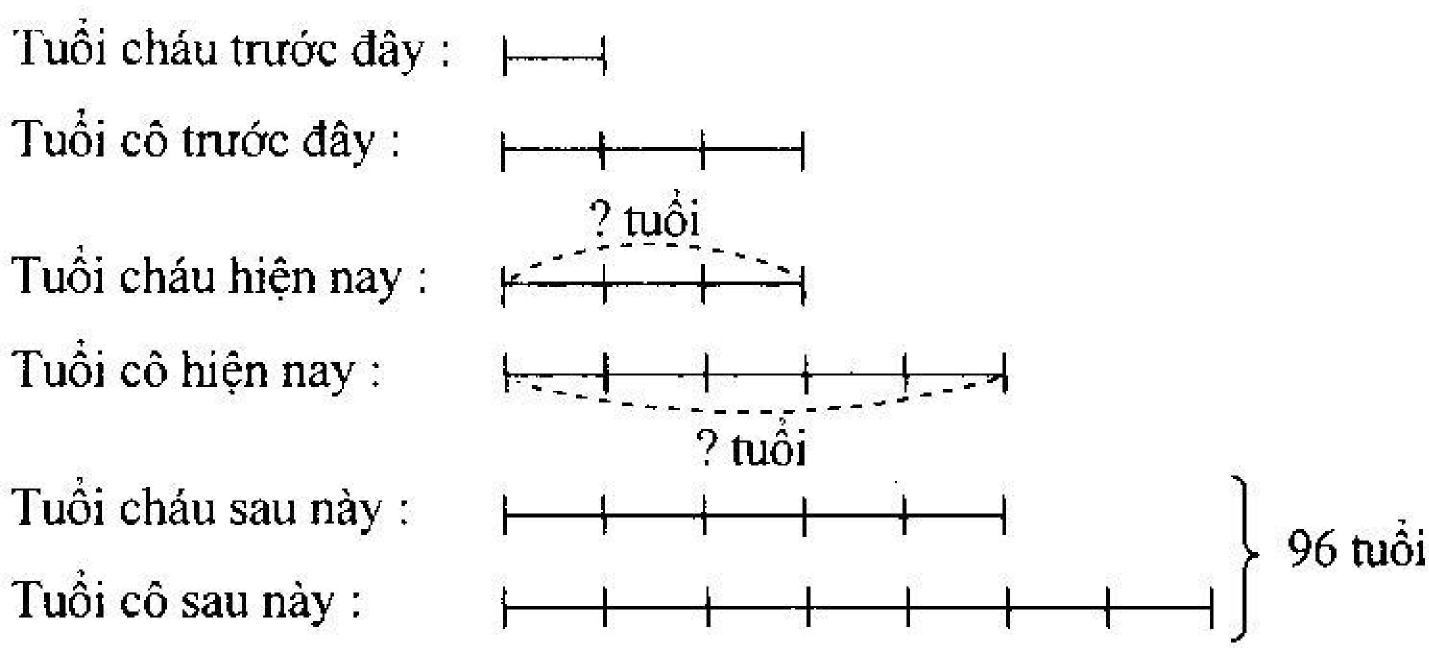
Sau một năm, mỗi người lại tăng thêm 1 tuổi. Như vậy, bố tăng 1 tuổi và tổng số tuổi của hai con tăng thêm 2, suy ra mỗi năm tổng số tuổi của hai con tăng hơn số tuổi của bố là : $2 - 1 = 1$ (tuổi)

Năm mà số tuổi của bố bằng tổng số tuổi của hai con cách sau thời điểm hiện nay là : 20 : 1 = 20 (năm)

*– Dạng toán tính tuổi biết tỉ số tuổi của hai người ở các thời điểm khác nhau*

*Ví dụ :* Tuổi cháu hiện nay gấp 3 lần tuổi cháu khi tuổi cô bằng tuổi cháu hiện nay. Đến khi tuổi cháu bằng tuổi cô hiện nay thì tổng số tuổi của hai cô cháu là 96. Tính tuổi hiện nay của mỗi người.

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

Theo sơ đồ thì tuổi của một phần bằng nhau là : $96 : (7 + 5) = 8$ (tuổi)

Tuổi của cháu hiện nay là : $8 \times 3 = 24$ (tuổi)

Tuổi của cô hiện nay là : $8 \times 5 = 40$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi liên quan đến cấu tạo thập phân của số*

*Ví dụ :* Hà hỏi anh Toàn : "Năm nay anh bao nhiêu tuổi ?" Anh Toàn trả lời : "Nếu sang năm, lấy tuổi anh nhân với 6 sẽ được một số có ba chữ số, trong đó chữ số hàng trăm là 1, còn chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị chính là chữ số hàng chục và chữ số hàng đơn vị của tuổi anh lúc đó". Hãy tính tuổi của anh Toàn giúp Hà.

*Tóm tắt :*

Tuổi của anh Toàn sang năm : $\overline{ab}$ $(0 \le b \le 9 ; 0 < a \le 9)$

$\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$ ; $\overline{ab} - 1 = \ldots$ tuổi ?

*Lời giải :*

Ta có : $\overline{ab} \times 6 = \overline{1ab}$ ; $\overline{ab} \times 6 = 100 + \overline{ab}$ (cấu tạo thập phân của số) ;

$\overline{ab} \times 5 = 100$ (trừ hai vế cho $\overline{ab}$) ; $\overline{ab} = 20$.

Tuổi của anh Toàn hiện nay là : $20 - 1 = 19$ (tuổi)

*– Dạng toán tính tuổi với số thập phân*

*Ví dụ :* Cháu hỏi bà : "Bà ơi, năm nay bà bao nhiêu tuổi ?" Bà trả lời : "Năm nay tuổi bà gấp 4,2 lần tuổi cháu, 10 năm về trước tuổi bà gấp 10,6 lần tuổi cháu. Bà ước gì sống đến 100 tuổi để nhìn thấy cháu bà thành đạt !". Bạn hãy tính tuổi của hai bà cháu hiện nay.

*Lời giải :*

Gọi tuổi cháu hiện nay là 1 phần thì tuổi bà hiện nay là 4,2 phần.

Năm nay bà hơn cháu là : $4{,}2 - 1 = 3{,}2$ (phần)

Gọi tuổi cháu 10 năm về trước là 1 phần thì tuổi bà là 10,6 phần.

10 năm trước bà hơn cháu là : $10{,}6 - 1 = 9{,}6$ (phần)

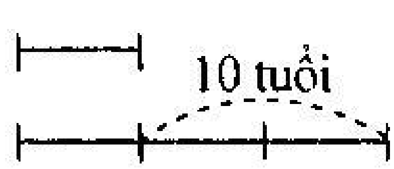
Hiệu số tuổi của hai người không đổi theo thời gian, nên 3,2 lần tuổi cháu hiện nay bằng 9,6 lần tuổi cháu 10 năm về trước.

Tuổi cháu hiện nay gấp tuổi cháu 10 năm trước là : $9{,}6 : 3{,}2 = 3$ (lần)

Ta có sơ đồ :

Tuổi cháu 10 năm trước :

Tuổi cháu hiện nay :




Tuổi cháu hiện nay là : $(10 : 2) \times 3 = 15$ (tuổi)

Tuổi bà hiện nay là : $15 \times 4{,}2 = 63$ (tuổi) *c. Xem xét "tổng" trong "mối liên hệ" với các số hạng*

Để tính một tổng S phức tạp, ta cần phân tích các số hạng để tìm "*mối liên hệ*" giữa tổng S với *các số hạng*. Sau đó ta sẽ tính được tổng S dễ dàng hơn.

*Ví dụ :* Tính tổng $S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \ldots + \frac{1}{99 \times 100}$.

*Lời giải :*

Ta có : $\frac{1}{1\times 2} = \frac{2-1}{1\times 2} = \frac{2}{1\times 2} - \frac{1}{1\times 2} = 1 - \frac{1}{2}$ ;

$\frac{1}{2\times 3} = \frac{3-2}{2\times 3} = \frac{3}{2\times 3} - \frac{2}{2\times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ ;

$\frac{1}{3\times 4} = \frac{4-3}{3\times 4} = \frac{4}{3\times 4} - \frac{3}{3\times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$ ;

...

$\frac{1}{99\times 100} = \frac{100-99}{99\times 100} = \frac{100}{99\times 100} - \frac{99}{99\times 100} = \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$.

Suy ra : $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$ ;

$S = 1 - \frac{1}{100} = \frac{100}{100} - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$.

*d. Xem xét "phân số" trong "mối liên hệ" với số 1*

Từ "mối liên hệ" giữa tử số và mẫu số, ta suy ra được mối liên hệ giữa hai phân số với số 1. Nhờ đó, ta so sánh được hai phân số thông qua trung gian là số 1.

*Ví dụ :* Hãy so sánh $\frac{419}{723}$ và $\frac{679}{313}$.

*Lời giải :*

Ta có : $\frac{419}{723} < 1$ (vì phân số này có tử số bé hơn mẫu số : 419 < 723)

$\frac{679}{313} > 1$ (vì phân số này có tử số lớn hơn mẫu số : 679 > 313)

Do đó : $\frac{419}{723} < \frac{679}{313}$.

### *3.4. Xem xét sự biến đổi của đối tượng toán học trong mối liên hệ xác định*

Xem xét sự vật, hiện tượng toán học trong quá trình biến đổi để phản ánh được đầy đủ hơn các tính chất của đối tượng toán học.

*Ví dụ 1* : Điền số thích hợp vào ô trống và nhận xét :

| a | b | c | a × (b + c) | a × b + a × c |
|---|---|---|---|---|
| 3,7 | 8,5 | 2,9 | | |
| 4,01 | 15 | 6,2 | | |
| 24 | 3,8 | 1,2 | | |

*Lời giải* :

| a | b | c | a × (b + c) | a × b + a × c |
|---|---|---|---|---|
| 3,7 | 8,5 | 2,9 | 3,7 × (8,5 + 2,9) = 42,18 | 3,7 × 8,5 + 3,7 × 2,9 = 42,18 |
| 4,01 | 15 | 6,2 | 4,01 × (15 + 6,2) = 85,012 | 4,01 × 15 + 4,01 × 6,2 = 85,012 |
| 24 | 3,8 | 1,2 | 24 × (3,8 + 1,2) = 120 | 24 × 3,8 + 24 × 1,2 = 120 |

*Nhận xét* :

Ta thấy công thức tính "*biến đổi*" nhưng kết quả của biểu thức không thay đổi (do *tính chất* nhân một số với một tổng : a × (b + c) = a × b + a × c).

*Ví dụ 2* : Tính nhanh : $A = \dfrac{253 \times 75 - 161 \times 37 + 253 \times 25 - 161 \times 63}{100 \times 47 - 12 \times 3,5 - 5,8 : 0,1}$.

*Lời giải* :

Để tính nhanh biểu thức trên, ta cần xem xét sự "*biến đổi*" của biểu thức trong "*mối liên hệ*" với các tính chất của phép cộng và phép nhân.

Vì tử số có hai số hạng có thừa số 253 chung và hai số hạng có thừa số 161 chung. Ta nhóm chúng lại với nhau dựa vào tính chất nhân một số với một tổng.

Do đó $A = \dfrac{253 \times (75+25) - 161 \times (37+63)}{4700-42-58}$ (*tính chất nhân một số với một tổng*)

$= \dfrac{253 \times 100 - 161 \times 100}{4700-(42+58)}$ (*tính chất trừ một số với một tổng*)

$= \dfrac{(253-161) \times 100}{4700-100}$ (*tính chất nhân một số với một hiệu*)

$= \dfrac{92 \times 100}{4600} = \dfrac{9200}{4600} = 2.$

*Ví dụ 3 :* Chứng tỏ hai phân số sau bằng nhau : $\frac{565\,656}{232\,323}$ và $\frac{5656}{2323}$.

*Lời giải :*

Để chứng tỏ hai phân số trên bằng nhau, ta cần xem xét sự "*biến đổi*" của phân số trong " *mối liên hệ*" với các *tính chất* của phân số.

Ta có : $\frac{565\,656}{232\,323} = \frac{56 \times 10\,101}{23 \times 10\,101} = \frac{56}{23}$ (*tính chất hai phân số bằng nhau*)

$\frac{5656}{2323} = \frac{56 \times 101}{23 \times 101} = \frac{56}{23}$ (*tính chất hai phân số bằng nhau*)

Suy ra : $\frac{565\,656}{232\,323} = \frac{5656}{2323}$.

*Ví dụ 4 :* Tính tổng : S = 1 + 2 + 3 + ... 98 + 99 + 100.

*Lời giải :*

Phép cộng có *tính chất giao hoán* nên : S = 100 + 99 + 98 + ... + 3 + 2 + 1.

Ta có : 2S = (1 + 100) + (2 + 99) + ... + (99 + 2) + (100 + 1) (*có 100 tổng*)

2S = 101 + 101 + ... + 101 + 101 (*100 số hạng*)

2S = 101 × 100 = 10 100.

Do đó : S = 5050.

*Ví dụ 5 :* Tính nhanh : $B = \frac{1979 \times 1978 + 1980 \times 21 + 1958}{1980 \times 1979 - 1978 \times 1979}$.

*Lời giải :*

Để tính nhanh được phân số trên, ta cần xem xét sự "*biến đổi*" của tử số và mẫu số trong " *mối liên hệ*" với *tính chất nhân* một số với một tổng.

Tử số : 1978 × 1979 + 1980 × 21 +1958

= 1978 × 1979 + (1979 + 1) × 21 +1958

= 1978 × 1979 + 1979 × 21 + 21 +1958

= 1978 × 1979 + 1979 × 21 + 21 +1979

= 1979 × (1978 + 21 + 1) = 1979 × 2000

Mẫu số : 1980 × 1979 – 1978 × 1979 = 1979 (1980 – 1978) = 1979 × 2

Suy ra : $B = \frac{1979 \times 1978 + 1980 \times 21 + 1958}{1980 \times 1979 - 1978 \times 1979} = \frac{1979 \times 2000}{1979 \times 2} = 1000.$

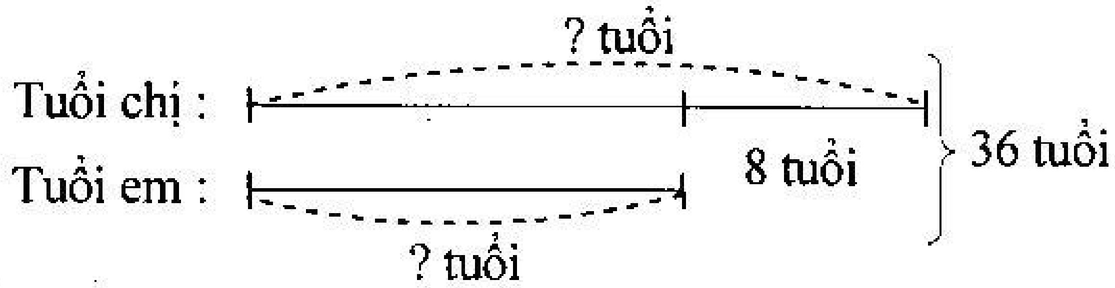
### 3.5. Xem xét đối tượng toán học dưới nhiều khía cạnh khác nhau

Làm cho HS cảm nhận được quy luật "*toàn diện*" của lôgic biện chứng. Nghĩa là khi xem xét đối tượng toán học phải xem xét một cách đầy đủ, trong tất cả các mặt, các mối quan hệ (bên trong và bên ngoài, trực tiếp và gián tiếp) trong tổng thể những mối quan hệ phong phú, phức tạp và muôn vẻ của nó. Giúp HS tránh được những sai lầm xem xét chủ quan, phiến diện ; Giúp HS học toán một cách sáng tạo, tìm được nhiều lời giải khác nhau cho một bài toán, tìm được PP giải độc đáo.

*Ví dụ :* Giải một bài toán theo nhiều cách khác nhau.

a) Tuổi chị và tuổi em cộng lại được 36 tuổi. Em kém chị 8 tuổi. Hãy tính tuổi của chị và của em ?

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

*Cách 1 :* Tuổi của chị là : $(36 + 8) : 2 = 22$ (tuổi)

Tuổi của em là : $22 - 8 = 14$ (tuổi)

*Cách 2 :* Tuổi của chị là : $(36 + 8) : 2 = 22$ (tuổi)

Tuổi của em là : $36 - 22 = 14$ (tuổi)

*Cách 3 :* Tuổi của em là : $(36 - 8) : 2 = 14$ (tuổi)

Tuổi của chị là : $14 + 8 = 22$ (tuổi)

*Cách 4 :* Tuổi của em là : $(36 - 8) : 2 = 14$ (tuổi)

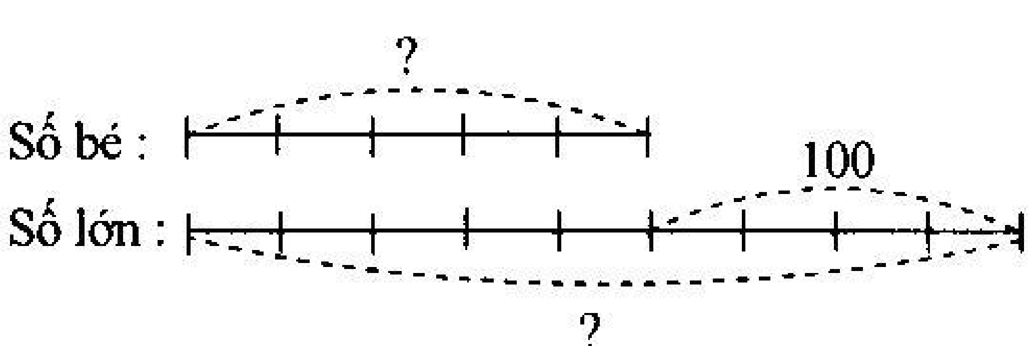
Tuổi của chị là : $36 - 14 = 22$ (tuổi)

*Cách 5 :* Tuổi của em là : $(36 - 8) : 2 = 14$ (tuổi)

Tuổi của chị là : $(36 + 8) : 2 = 22$ (tuổi)

b) Hiệu của hai số bằng số bé nhất có ba chữ số. Tỉ số của hai số đó là $\frac{9}{5}$. Tìm hai số đó ?

*Tóm tắt :*



*Lời giải :*

Theo đề bài thì hiệu hai số bằng 100.

*Cách 1 :* Số phần bằng nhau của hiệu hai số là : $9 - 5 = 4$ (phần)

Giá trị của một phần là : $100 : 4 = 25$

Số bé là : $25 \times 5 = 125$

Số lớn là : $25 \times 9 = 225$

*Cách 2 :* Số phần bằng nhau của hiệu hai số là : $9 - 5 = 4$ (phần)

Số bé là : $100 : 4 \times 5 = 125$

Số lớn là : $125 + 100 = 225$

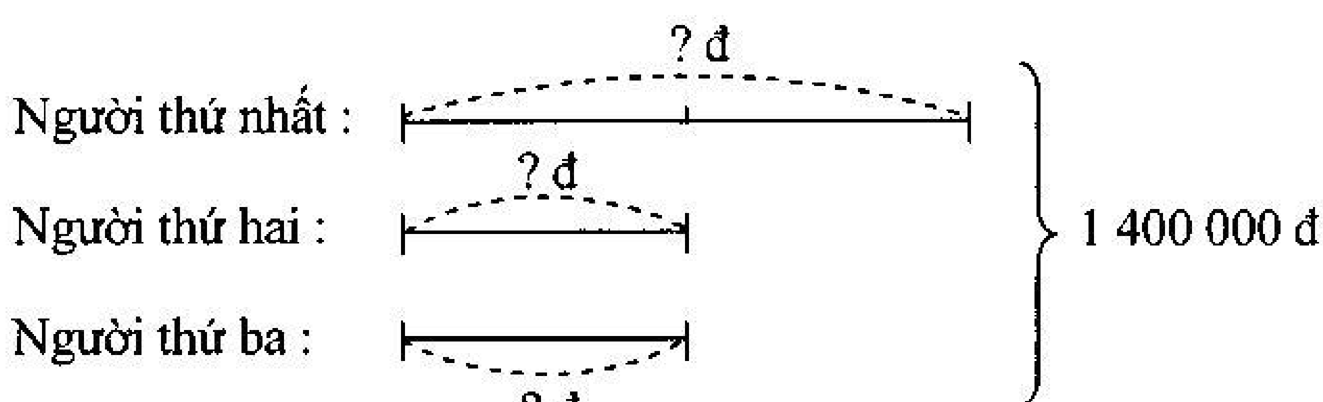
*Cách 3 :* Số phần bằng nhau của hiệu hai số là : $9 - 5 = 4$ (phần)

Số lớn là : $100 : 4 \times 9 = 225$

Số bé là : $225 - 100 = 125$

c) Ba người thợ thủ công cùng nhận làm một bức tranh sơn mài với tiền công do hợp tác xã khoán là 1 400 000 đồng. Theo kế hoạch, sau khi người thứ nhất làm được 7 ngày thì hai người còn lại mới tới làm. Cả ba người cùng làm tiếp 7 ngày nữa thì xong công việc. Hỏi mỗi người được lĩnh bao nhiêu tiền, biết rằng tiền công mỗi ngày của mỗi người đều như nhau ?

*Tóm tắt :*




*Lời giải :*

*Cách 1 :* Số ngày công người thứ nhất làm là : $7 \times 2 = 14$ (ngày)

Số ngày công người thứ hai làm là 7 (ngày)

Số ngày công người thứ ba làm là 7 (ngày)

Tổng số ngày công của 3 người làm là : $7 + 7 + 14 = 28$ (ngày)

Số tiền công 1 ngày làm là : $1\,400\,000 : 28 = 50\,000$ (ngày)

Số tiền người thứ nhất lĩnh là : $50\,000 \times 14 = 700\,000$ (đồng)

Số tiền người thứ hai lĩnh là : $50\,000 \times 7 = 350\,000$ (đồng)

Số tiền người thứ ba lĩnh là : $50\,000 \times 7 = 350\,000$ (đồng)

*Cách 2* : Số ngày công của người thứ nhất là : $7 \times 2 = 14$ (ngày)

Số ngày công của người thứ hai và người thứ ba là : $7 + 7 = 14$ (ngày)

Do đó số tiền của người thứ nhất lĩnh là :

$$1\,400\,000 : 2 = 700\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền của người thứ hai và người thứ ba lĩnh bằng nhau là :

$$700\,000 : 2 = 350\,000 \text{ (đồng)}$$

*Cách 3* : Theo đề bài ta thấy ngày công người thứ nhất làm gấp đôi ngày công hai người còn lại. Vì vậy, nếu người thứ hai và người thứ ba lĩnh được 1 đồng thì người thứ nhất lĩnh được là : $1 \times 2 = 2$ (đồng)

Khi đó tổng số tiền 3 người lĩnh được là : $1 + 1 + 2 = 4$ (đồng)

Số tiền 1 400 000 đồng gấp số tiền 4 đồng số lần là :

$$1\,400\,000 : 4 = 350\,000 \text{ (lần)}$$

Người thứ hai và người thứ ba lĩnh được số tiền bằng nhau là :

$$350\,000 \times 1 = 350\,000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền người thứ nhất được lĩnh là :

$$350\,000 \times 2 = 700\,000 \text{ (đồng)}$$

*Cách 4* : Gọi x (đồng) là số tiền người thứ nhất lĩnh được thì số tiền người thứ hai, người thứ ba cùng lĩnh được là : $\frac{x}{2}$ (đồng)

Theo bài ra, ta có : $x + \frac{x}{2} \times 2 = 1\,400\,000$ (đồng) ;

$x + x = 1\,400\,000$ (đ) ; $2 \times x = 1\,400\,000$ (đ) ;

$x = 1\,400\,000 : 2$ (đ) ; $x = 700\,000$ (đ)

d) Có 5 người, mỗi người mua 4 thếp giấy thì phải trả số tiền là 36 000 đồng. Nếu có 10 người, mỗi người mua 12 thếp giấy thì số tiền phải trả là bao nhiêu ?

*Tóm tắt :*

5 người ; mỗi người mua 4 thếp giấy : 36 000 đồng

10 người ; mỗi người mua 12 thếp giấy : … đồng ?

*Lời giải :*

*Cách 1* : Số thếp giấy 5 người mua là : $4 \times 5 = 20$ (thếp)

Giá tiền 1 thếp giấy là : $36\,000 : 20 = 1800$ (đồng)

Số thếp giấy 10 người mua là : $12 \times 10 = 120$ (thếp)

Số tiền 10 người phải trả là : $1800 \times 120 = 216\,000$ (đồng)

*Cách 2* : Số thếp giấy 5 người mua là : $4 \times 5 = 20$ (thếp)

Giá tiền 1 thếp giấy là : $36\,000 : 20 = 1800$ (đồng)

Số tiền mua 12 thếp giấy là : $1800 \times 12 = 21\,600$ (đồng)

Số tiền 10 người phải trả là : $21\,600 \times 10 = 216\,000$ (đồng)

*Cách 3* : Mỗi người mua 4 thếp giấy phải trả là : $36\,000 : 5 = 7200$ (đồng)

Giá tiền 1 thếp giấy là : $7200 : 4 = 1800$ (đồng)

Mỗi người mua 12 thếp giấy phải trả là : $1800 \times 12 = 21\,600$ (đồng)

Số tiền 10 người phải trả là : $21\,600 \times 10 = 216\,000$ (đồng)

*Cách 4* : 5 người mà mỗi người mua 1 thếp giấy thì phải trả số tiền là :

$36\,000 : 4 = 9000$ (đồng)

5 người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì phải trả số tiền là :

$9000 \times 12 = 108\,000$ (đồng)

Mỗi người mua 12 thếp giấy phải trả là : $108\,000 : 5 = 21\,600$ (đồng)

Số tiền 10 người phải trả là : $21\,600 \times 10 = 216\,000$ (đồng)

*Cách 5* : Mỗi người mua 4 thếp giấy phải trả là : $36\,000 : 5 = 7200$ (đồng)

10 người phải trả tiền khi mỗi người mua 4 thếp giấy là :

$7200 \times 10 = 72\,000$ (đồng)

12 thiếp giấy gấp 4 thếp giấy số lần là : $12 : 4 = 3$ (lần)

10 người phải trả tiền khi mỗi người mua 4 thếp giấy là :

$72\,000 \times 3 = 216\,000$ (đồng)

*Cách 6* : 12 thiếp giấy gấp 4 thếp giấy số lần là : $12 : 4 = 3$ (lần)

5 người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì phải trả số tiền là :

$36\,000 \times 3 = 108\,000$ (đồng)

10 người gấp 2 người số lần là : $10 : 5 = 2$ (lần)

10 người mà mỗi người mua 12 thếp giấy thì phải trả số tiền là :

$108\,000 \times 2 = 216\,000$ (đồng)

*Nhận xét :*

Việc đi sâu vào tìm hiểu nhiều cách giải khác nhau cho một bài toán có vai trò to lớn trong việc giúp HS rèn luyện kĩ năng, củng cố kiến thức, phát huy trí thông minh, sáng tạo. Có thể thấy rõ tác dụng đó :

– Những cách giải khác nhau của một bài toán góp phần hình thành và củng cố cho HS về tính chất của các phép tính số học, về quan hệ giữa các phép tính số học. Chẳng hạn, việc thay đổi các biểu thức như ở các ví dụ nêu trên.

– Việc tìm ra nhiều cách giải khác nhau sẽ là cơ hội giúp HS so sánh các cách giải đó, chọn ra cách hay nhất, tích lũy được nhiều kinh nghiệm để giải toán.

– Quá trình tìm tòi những cách giải khác nhau trong một bài toán cũng là quá trình rèn luyện tư duy biện chứng, trí thông minh, sáng tạo, khả năng suy nghĩ một cách linh hoạt cho HS.

### *3.6. Phát hiện những bước chuyển hóa từ sự thay đổi về lượng sang thay đổi về chất*

Giúp HS thấy được mối quan hệ *"lượng"* và *"chất"* của đối tượng toán học và cảm nhận được quy luật *"lượng – chất"* của lôgic biện chứng khi giải toán.

*Ví dụ 1 :* Viết giá trị của biểu thức vào ô trống :

| m | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 201 634 × m | | | | |

*Lời giải :*

| m | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| 201 634 × m | 403 268 | 604 902 | 806 536 | 1 008 170 |

*Nhận xét :*

Khi giá trị của ẩn số m thay đổi (*có sự biến đổi về lượng*) thì giá trị của biểu thức cũng thay đổi theo (*tức là có sự thay đổi về chất*).

*Ví dụ 2 :* Viết số thích hợp vào ô trống :

| *Tổng hai số* | 72 | 120 | 45 |
|---|---|---|---|
| *Tỉ số của hai số* | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{2}{3}$ |
| *Số bé* | | | |
| *Số lớn* | | | |

*Lời giải :*

| *Tổng hai số* | 72 | 120 | 45 |
|---|---|---|---|
| *Tỉ số của hai số* | $\frac{1}{5}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{2}{3}$ |
| *Số bé* | 12 | 15 | 18 |
| *Số lớn* | 60 | 105 | 27 |

*Nhận xét :*

Khi giá trị của tổng và tỉ của hai số thay đổi (*có sự biến đổi về lượng*) thì giá trị của số lớn và số bé cũng thay đổi theo (*có sự thay đổi về chất*).

*Ví dụ 3 :* Số tự nhiên n phải có điều kiện gì để $\frac{5}{n-3}$ là phân số ?

*Lời giải :*

– Nếu $n < 3$ thì không thực hiện được phép tính $n - 3$ (trong phạm vi các số tự nhiên) nên $\frac{5}{n-3}$ không phải là phân số.

– Nếu $n = 3$ thì mẫu bằng 0 nên $\frac{5}{n-3}$ không phải là phân số.

– Nếu $n > 3$ thì $\frac{5}{n-3}$ là phân số.

Vậy, điều kiện thỏa mãn là : $n > 3$.

*Nhận xét :*

Khi giá trị của ẩn số n thay đổi (*có sự biến đổi về lượng*) thì $\frac{5}{n-3}$ có thể là phân số hoặc không phải là phân số (*có sự thay đổi về chất*).

*Ví dụ 4 :* Để phân số $\frac{4}{n-1}$ có giá trị là số tự nhiên thì n phải nhận giá trị như thế nào ?

*Lời giải :*

Để $\frac{4}{n-1}$ là số tự nhiên thì 4 phải chia hết cho n – 1.

Do đó n – 1 phải bằng 1 ; 2 hoặc 4. Suy ra n = 2 ; n = 3 hoặc n = 5.

Nếu n = 2 thì $\frac{4}{n-1} = 4$ ; Nếu n = 3 thì $\frac{4}{n-1} = 2$ ; Nếu n = 5 thì $\frac{4}{n-1} = 1$.

Vậy phân số $\frac{4}{n-1}$ có giá trị là số tự nhiên chỉ khi n nhận các giá trị 2 ; 3 ; 5.

Nếu n nhận các giá trị khác thì phân số $\frac{4}{n-1}$ không có giá trị là số tự nhiên.

*Nhận xét :*

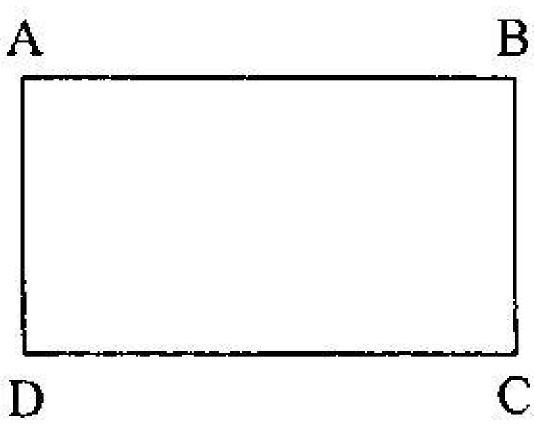
Khi giá trị của ẩn số n thay đổi (*có sự biến đổi về lượng*) thì phân số $\frac{4}{n-1}$ nhận những giá trị khác nhau (*có sự thay đổi về chất*).

### *3.7. Xem xét đối tượng toán học trong sự mâu thuẫn và thống nhất*

Giúp HS phát hiện quy luật *"Phân đôi cái thống nhất"* của tư duy biện chứng, tránh được những sai lầm của cách xem xét phiến diện. Từ đó, giúp HS học toán một cách chủ động, sáng tạo và hiểu sâu sắc hơn đối tượng toán đang học.

*Ví dụ 1 :* Hình chữ nhật là trường hợp đặc biệt của hình bình hành. Đúng hay sai ?

Để trả lời được câu hỏi trên thì HS phải liên tưởng, tái hiện lại định nghĩa hình bình hành : *Hình bình hành có hai cặp cạnh đối diện song song và bằng nhau* và HS phải xem xét hình chữ nhật có những tính chất giống như hình bình hành hay không ?




HS vẽ hình chữ nhật ABCD và nhận xét :

Cạnh AB song song và bằng cạnh CD ;

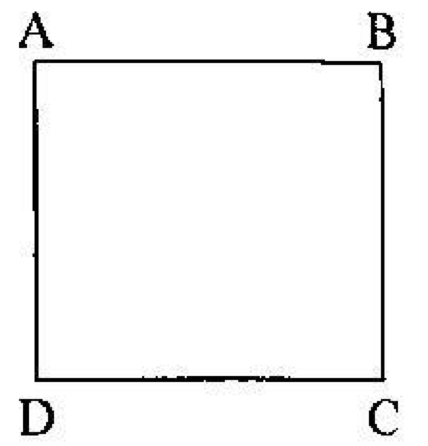
Cạnh AD song song và bằng cạnh BC.

Hình chữ nhật ABCD có những tính chất giống như hình bình hành nên hình chữ nhật ABCD là trường hợp đặc biệt của hình bình hành. Như vậy phát biểu trên là đúng.

*Ví dụ 2 :* Hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình thoi. Đúng hay sai ?

Để trả lời được câu hỏi trên thì HS phải liên tưởng, tái hiện lại định nghĩa hình thoi : *Hình thoi có hai cặp cạnh đối diện song song và bốn cạnh bằng nhau* và HS phải xem xét hình vuông có những tính chất giống như hình thoi hay không ?

HS vẽ hình vuông ABCD và nhận xét :




Cạnh AB song song với CD ;

Cạnh AD song song với BC ;

Bốn cạnh AB, BC, CD, AD bằng nhau.

Hình vuông ABCD có những tính chất giống như hình thoi nên hình vuông ABCD là trường hợp đặc biệt của hình thoi. Như vậy phát biểu trên là đúng.

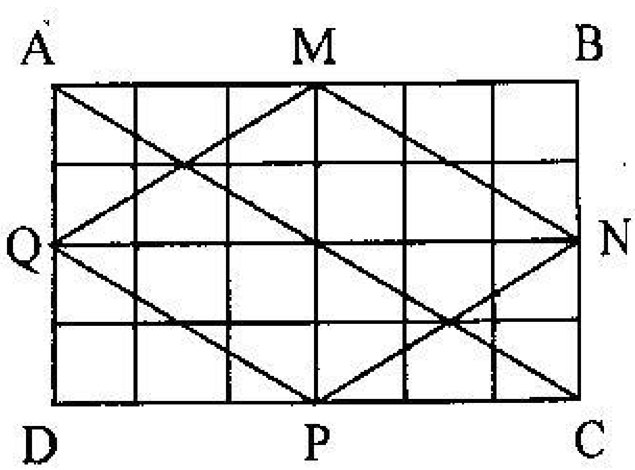
*Nhận xét :*

Qua 2 ví dụ trên, ta có thể thấy được mối quan hệ biện chứng của các cặp phạm trù "*cái riêng*" và "*cái chung*". Trong đó hình chữ nhật và hình vuông tương ứng là "*cái riêng*", "*cái đặc biệt*" của hình bình hành và hình thoi.

Một cái riêng có thể là trường hợp đặc biệt của nhiều cái chung khác nhau. Một cái chung đem đặc biệt hóa từng phần khác nhau bằng những cách khác nhau sẽ cho những cái riêng khác nhau.

Do vậy, nếu GV biết cách hướng dẫn HS xem xét đối tượng toán học dưới các góc độ khác nhau, trong sự mâu thuẫn và thống nhất, trong mối quan hệ biện chứng giữa "*cái riêng*" và "*cái chung*" thì sẽ giúp được các em học toán chủ động và sáng tạo hơn.

*Ví dụ 3 :* Cho hình bên, với ABCD là hình chữ nhật gồm nhiều hình vuông nhỏ bằng nhau ghép thành, cạnh của mỗi hình vuông nhỏ bằng 1 cm. Hỏi có bao nhiêu hình thoi ?




*Lời giải :*

(Để giải được bài toán này, ta cần xem xét hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình thoi.)

– Hình chữ nhật ABCD ở hình trên gồm 24 hình vuông nhỏ bằng nhau (có cạnh của mỗi hình vuông nhỏ bằng 1 cm) ;

– Xét hai tầng hình vuông nhỏ thứ nhất và thứ hai, chúng tạo thành 5 hình vuông cạnh 2 cm ;

– Tương tự, hai tầng hình vuông nhỏ thứ hai và thứ ba có 5 hình vuông cạnh 2 cm ;

– Hai tầng hình vuông nhỏ thứ ba và thứ tư, có 5 hình vuông cạnh 2 cm ;

– Xét ba tầng hình vuông nhỏ thứ nhất, thứ hai và thứ ba, chúng tạo thành 4 hình vuông cạnh 3 cm ;

– Tương tự, ba tầng hình vuông nhỏ thứ hai, thứ ba và thứ tư có 4 hình vuông cạnh 3 cm ;

– Xét cả bốn tầng hình vuông nhỏ, chúng tạo thành 3 hình vuông cạnh 4 cm ;

Tổng cộng số hình vuông là : $24 + 5 + 5 + 5 + 4 + 4 + 3 = 50$ (hình)

50 hình vuông này cũng chính là 50 hình thoi, ngoài ra ta có hình thoi MNPQ. Vậy có tất cả 51 hình thoi.

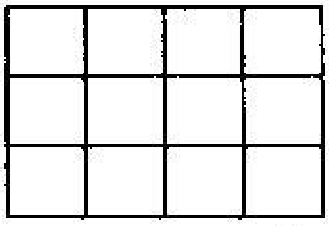
*Nhận xét :*

Tư duy biện chứng giúp HS phát hiện vấn đề, học toán chủ động và sáng tạo hơn.

Ở bài toán trên, nếu nhìn nhận hình vuông và hình thoi trong sự "*mâu thuẫn*" thì HS chỉ thấy có một hình thoi, đó là hình MNPQ.

Nếu nhìn nhận hình vuông và hình thoi trong sự "*thống nhất*" (phát hiện hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình thoi) thì HS sẽ đếm được 51 hình thoi.

*Ví dụ 4 :* Mỗi ô vuông trong hình bên có diện tích 1 $cm^2$. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật trong hình đó ?



*Lời giải :* (Để giải được bài toán này, ta cần xem xét mỗi hình vuông là trường hợp đặc biệt của hình chữ nhật.)

Trên hình vẽ có 4 đường thẳng song song nằm ngang và 5 đường thẳng song song thẳng đứng. Ta thấy, cứ 1 cặp đường thẳng song song nằm ngang và 1 cặp đường thẳng song song thẳng đứng tạo thành 1 hình chữ nhật.

Bây giờ ta tính xem có bao nhiêu cặp đường thẳng nằm ngang :

– Nếu ghép mỗi đường thẳng với 3 đường thẳng còn lại thì ta được 3 cặp đường thẳng khác nhau. Có tất cả 4 đường thẳng, vậy ta ghép được : $4 \times 3$ (cặp)

– Nhưng như vậy, mỗi cặp sẽ được tính 2 lần. Vậy thực ra, với 4 đường thẳng nằm ngang ta chỉ ghép được số cặp đường thẳng khác nhau là : $4 \times 3 : 2 = 6$ (cặp)

Tương tự, 5 đường thẳng thẳng đứng ghép được số cặp đường thẳng khác nhau là : $5 \times 4 : 2 = 10$ (cặp)

Cứ 1 cặp đường thẳng song song nằm ngang và 10 cặp đường thẳng song song thẳng đứng tạo thành 10 hình chữ nhật.

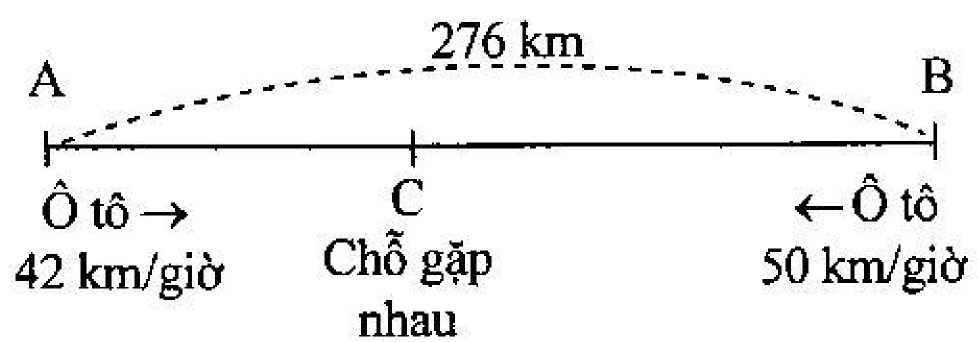
Vậy 6 cặp đường thẳng song song nằm ngang và 10 cặp đường thẳng song song thẳng đứng tạo thành số hình chữ nhật là : $10 \times 6 = 60$ (hình)

***3.8. Xem xét một đối tượng toán học đồng thời xem xét phủ định của đối tượng đó***

– Đối tượng A và phủ định của A cùng tồn tại song song. Đó là hai mặt đối lập trong phạm vi một đối tượng. Khi xem xét một đối tượng toán học và cả phủ định của nó, ta sẽ hiểu đối tượng toán học sâu sắc hơn và hạn chế được nhiều sai lầm. Đương nhiên trong toán học, nếu A là đúng thì không A là sai.

*Ví dụ 1 :* Quãng đường AB dài 276 km. Hai ô tô khởi hành cùng một lúc, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 42 km/giờ, một ô tô đi từ B đến A với vận tốc 50 km/giờ. Hỏi kể từ lúc bắt đầu đi, sau mấy giờ thì hai ô tô gặp nhau ?

*Tóm tắt :*




Thời gian gặp nhau : ... giờ ?

*Lời giải :*

Tổng quãng đường đi được của ô tô khi chúng gặp nhau là 276 km.

Tổng vận tốc của hai ô tô (cùng xuất phát và đi ngược chiều nhau) là :

$$42 + 50 = 92 \text{ (km/giờ)}$$

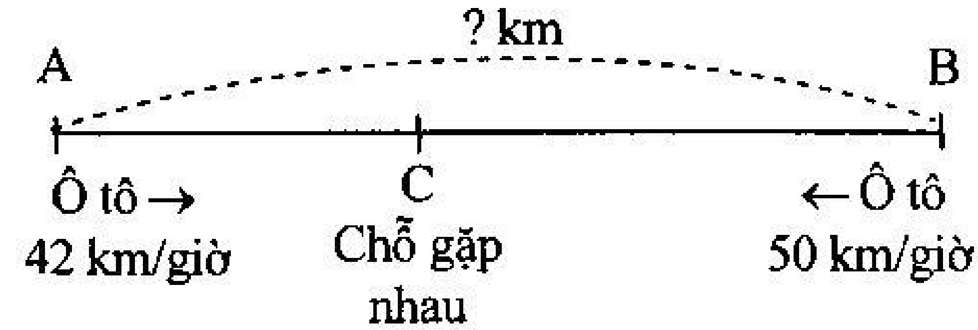
Thời gian gặp nhau = Quãng đường : Tổng vận tốc. Vậy thời gian để hai ô tô gặp nhau là : $276 : 92 = 3$ (giờ)

*Bài toán phủ định :*

GV cần giúp HS có cách nhìn nhận "*hai chiều*", giúp các em "*phát hiện*" ra bài toán phủ định : "*Hai ô tô khởi hành cùng một lúc, một ô tô đi từ A đến B với vận tốc 42 km/giờ, một ô tô đi từ B đến A với vận tốc 50 km/giờ. Kể từ lúc bắt đầu đi, sau 3 giờ thì hai ô tô gặp nhau. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km ?*".

Bài toán này sẽ giúp HS hiểu kiến thức sâu hơn, các em thấy được mối liên hệ giữa các kiến thức toán học như : Quãng đường, thời gian, vận tốc.

Bài toán có thể giải như sau :




Tổng vận tốc của hai ô tô là : $42 + 50 = 92$ (km/giờ)

Quãng đường AB dài là : $92 \times 3 = 276$ (km)

*Ví dụ 2 :* Một thửa ruộng hình thang có độ dài hai đáy lần lượt là 110 m và 90 m, chiều cao bằng trung bình cộng của hai đáy. Tính diện tích thửa ruộng đó.

*Lời giải :*

Chiều cao thửa ruộng là : $(110 + 90) : 2 = 100$ (m)

Diện tích thửa ruộng là : $(110 + 90) \times 100 : 2 = 10\ 000$ ($m^2$)

*Bài toán phủ định :*

GV gợi ý và cùng HS nêu ra bài toán : "*Một thửa ruộng hình thang có diện tích bằng 10 000 $m^2$, chiều cao 100 m, đáy nhỏ 90 m. Tính đáy lớn của thửa ruộng hình thang đó.*".

Bài toán "*ngược*" này khắc sâu cho HS cách tính diện tích hình thang, biết cách biến đổi công thức tính. Cos thể giải bài toán giải như sau :

Tổng hai đáy của thửa ruộng hình thang là : $(10\ 000 \times 2) : 100 = 200$ (m)

Đáy lớn của thửa ruộng hình thang là : $200 - 90 = 110$ (m)

*Ví dụ 3 :* Khi dạy bài : "*Diện tích hình thoi*", GV cho HS làm bài toán áp dụng : "*Tính diện tích hình thoi, biết độ dài các đường chéo là 4 m và 15 dm.*" Để khắc sâu kiến thức cho HS, sau khi hướng dẫn cho HS làm bài toán này, GV có thể cho HS nhìn nhận bài toán theo chiều ngược lại như : "*Cho hình thoi có diện tích là 300 dm2, độ dài đường chéo thứ nhất là 4 m. Tính độ dài đường chéo thứ hai.*" Qua đó HS vừa phát hiện ra vấn đề mới, vừa củng cố thêm phần kiến thức vừa học.

Việc nhìn nhận một vấn đề theo cách nhìn hai chiều giúp HS có thể hiểu được bản chất của vấn đề và phát hiện những vấn đề mới trên cơ sở phủ định vấn đề vừa có, đồng thời củng cố, khắc sâu thêm về đối tượng toán học đang đề cập, tránh được những sai lầm trong khi giải toán.

*Ví dụ 4 :* Một hình thang có đáy lớn 12 cm, đáy bé 8 cm, diện tích bằng diện tích hình chữ nhật có chiều dài 8,5 cm và rộng 6 cm. Tính chiều cao của hình thang.

HS có thể suy luận như sau : Muốn tính được chiều cao của hình thang, trước hết phải tính được diện tích của hình thang (cũng là diện tích hình chữ nhật), sau đó dựa vào công thức tính diện tích hình thang để tính chiều cao hình thang nhưng trong quá trình suy ra công thức tính chiều cao HS có thể suy luận sai.

*Ví dụ 5 :* Số trung bình cộng của hai số bằng 28. Biết một trong hai số bằng 30, tìm số chưa biết.

Một số HS đã áp dụng công thức tính trung bình cộng của hai số để tìm số hạng thứ hai như sau : $(28 + 30) : 2 = 29$

Các HS này đã áp dụng sai vì chưa phân biệt được sự khác nhau giữa bài toán này và bài toán gốc "tính trung bình cộng của hai số" và chưa nắm được cách tính ngược "tìm số hạng chưa biết khi biết trung bình cộng của hai số và số hạng kia".

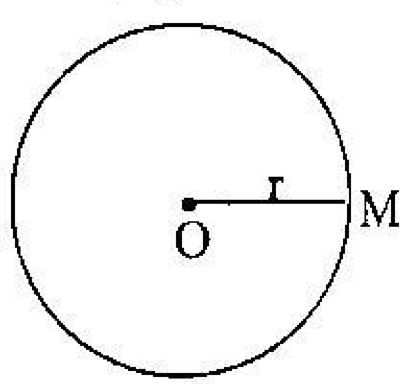
Tóm lại, khi dạy một đối tượng toán học, Việc hướng dẫn HS biết nhìn nhận đối tượng toán học và các mối quan hệ của chúng theo hai chiều là một cách hiệu quả giúp các em tránh được những sai lầm trong khi giải toán, phát hiện ra những đối tượng và mối quan hệ mới, tạo hứng thú trong học tập.

### *3.9. Làm cho học sinh thấy được mối liên hệ giữa các kiến thức toán học với thực tiễn*

– Làm rõ mối liên hệ biện chứng : *"Từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng, từ tư duy trừu tượng đến thực tiễn"* với tư cách là quy luật của lôgic biện chứng, cụ thể : Thực tiễn là tiêu chuẩn của chân lí (vận dụng lí thuyết để giải các bài tập toán ; Giải các bài toán do thực tế đặt ra). Qua đó Giúp HS học toán tốt hơn, biết vận dụng điều đã học vào thực tiễn.

*Ví dụ 1 :* Vì sao bánh xe hình tròn ?

Trong mỗi chúng ta chắc ai cũng nhìn thấy rất nhiều vật có dạng hình tròn. Một trong những vật đó là bánh xe. Nhưng tại sao người ta không làm bánh xe hình vuông, hình chữ nhật hay một hình nào khác mà lại là hình tròn ?




*(Đường tròn tâm O ; Bán kính OR = r)*

*Giải thích :* Vì các nhà sản xuất đã dựa vào tính chất đặc trưng của hình tròn. Đường bao bọc lấy hình tròn chính là đường tròn. Điểm chính giữa gọi là tâm của đường tròn. Khoảng cách từ tâm đến một điểm trên đường tròn gọi là bán kính của đường tròn, khoảng cách này không đổi. Nếu bánh xe làm theo hình tròn thì trục bánh xe sẽ qua tâm đường tròn. Khi bánh xe lăn trên mặt đất thì khoảng cách từ trục xe đến mặt đất bằng độ dài của bán kính bánh xe, không thay đổi. Trục xe cân bằng dẫn đến xe di chuyển vững chắc, an toàn, êm ái (những hình khác không có được đặc điểm này). Một nguyên nhân nữa để bánh xe có hình tròn là có thể di chuyển xe bằng cách lăn bánh xe của nó, thay thế cho việc phải kéo hay đẩy xe trượt trên mặt đất (kéo hay đẩy sẽ tốn sức hơn rất nhiều vì vật nặng, sự tiếp xúc, cọ sát nhiều hơn).

Như vậy, kiến thức toán học đã giải thích những hiện tượng, sự việc trong thực tế cuộc sống, chứng minh toán học luôn tồn tại trong thực tiễn.

*Ví dụ 2 :* Làm thế nào để có sợ dây dài $\frac{1}{2}$ m từ những sợi dây có độ dài $\frac{2}{3}$ m mà không phải dùng thước ?

*Lời giải :*

Gập đôi sợi dây $\frac{2}{3}$ m, ta được 2 đoạn, mỗi đoạn dài là : $\frac{2}{3} : 2 = \frac{1}{3}$ (m)

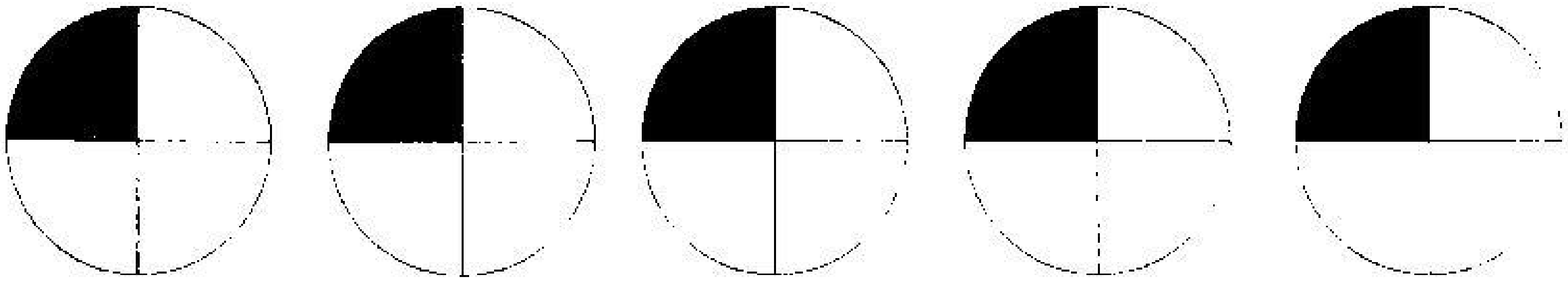
Gập đôi đoạn dây $\frac{1}{3}$ m, ta được 2 đoạn nhỏ, mỗi đoạn dài là : $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$ (m)

Cắt bớt đi một đoạn $\frac{1}{6}$ m ở một đầu của sợi dây có độ dài $\frac{2}{3}$ m ta gập ở trên, đoạn còn lại có độ dài là : $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (m)

*Ví dụ 3 :* Một số bài toán xuất phát từ thực tế, được áp dụng để minh họa cho HS khi DH toán. Đây cũng là một cách để thấy được toán học xuất phát từ thực tế.

*Bài toán 1 :* Chia đều 5 quả cam cho 4 người. Tính phần cam của mỗi người.

*Ta có thể làm như sau :* Chia mỗi quả cam thành 4 phần bằng nhau. Lần lượt đưa cho mỗi người 1 phần, tức là $\frac{1}{4}$ của từng quả cam. Sau 5 lần chia như thế, mỗi người được 5 phần hay $\frac{5}{4}$ quả cam. Do đó : $5 : 4 = \frac{5}{4}$ (quả cam).



Bài toán này được áp dụng để minh họa cho HS khi học về "*phân số và phép chia số tự nhiên*".

*Bài toán 2 :* Trên bản đồ tỉ lệ 1 : 1 000 000, quãng đường từ Hà Nội – Hải Phòng đo được 102 mm. Tìm độ dài thực của quãng đường Hà Nội – Hải Phòng.

*Lời giải :*

Quãng đường Hà Nội – Hải Phòng trên thực tế dài là :

$102 \times 1\,000\,000 = 102\,000\,000$ (mm) ; 102 000 000 mm = 102 km.

Bài toán này được áp dụng để minh họa cho HS khi học về "*ứng dụng của tỉ lệ bản đồ*", lấy những điều trong thực tế để dạy cho HS.

*Ví dụ 4 :* Vận dụng các kiến thức đã học để giải các bài tập toán. Đây cũng là một cách từ lí thuyết trừu tượng trở về với thực tế.

*Bài toán 1 :* Một nền nhà hình chữ nhật có chiều dài 8 m, chiều rộng bằng $\frac{3}{4}$ chiều dài. Người ta dùng các viên gạch hình vuông cạnh 4 dm để lát nền nhà đó, giá tiền mỗi viên gạch là 20 000 đồng. Hỏi lát cả nền nhà thì hết bao nhiêu tiền mua gạch ? (Diện tích phần mạch vữa không đáng kể.)

| | | |
|---|---|---|
| *Tóm tắt :* | Chiều dài : 8 m | Chiều rộng : $\frac{3}{4}$ chiều dài |
| | Cạnh viên gạch : 4 dm | Giá 1 viên gạch : 20 000 đ/v |
| | | Tiền mua gạch : … đ ? |

*Lời giải :*

Chiều rộng nền nhà là : $8 \times \frac{3}{4} = 6$ (m)

Diện tích nền nhà là : $8 \times 6 = 48$ ($m^2$) = 4800 ($dm^2$)

Diện tích viên gạch là : $4 \times 4 = 16$ ($dm^2$)

Số viên gạch dùng để lát nền nhà là : $4800 : 16 = 300$ (viên)

Số tiền mua gạch là : $300 \times 20\,000 = 6\,000\,000$ (đồng)

*Bài toán 2 :* Nhà bác Bảy có một thửa đất hình tam giác có đáy 30 m. Nay do làm đường đi nên xén vào thửa đất một phần đất có hình tam giác có đỉnh là đỉnh của thửa đất, đáy bị xén vào 12 m. Vì vậy diện tích thửa đất bị giảm 240 $m^2$.

a) Tính diện tích ban đầu của thửa đất ?

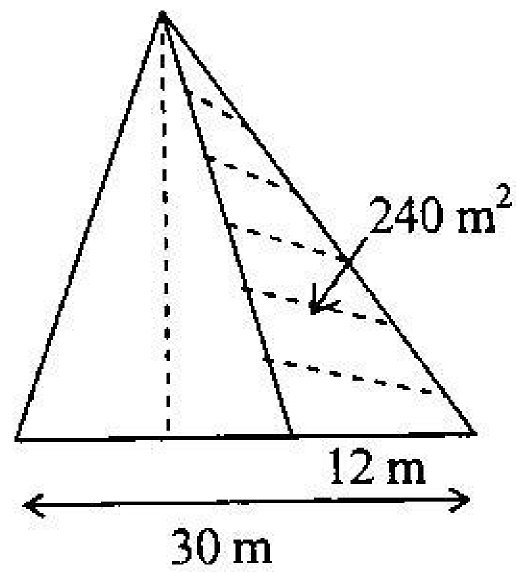
b) Do mảnh đất liền mặt đường nên giá trị thửa đất tăng lên 300 % so với giá trị ban đầu. Hỏi nhà bác Bảy thiệt hay lợi bao nhiêu phần trăm so với giá trị ban đầu ?

*Tóm tắt :*

a) Diện tích ban đầu : ... $m^2$ ?

b) Giá trị thửa đất tăng : 300 % giá trị ban đầu

Bác Bảy thiệt hay hại về giá trị : ... % ?




*Lời giải :*

a) Chiều cao phần đất tam giác bị mất đi là :

$$(240 \times 2) : 12 = 40 \text{ (m)}$$

Chiều cao này cũng chính là chiều cao của miếng đất trước khi bị xén. Do đó, diện tích miếng đất trước khi bị xén là : $(30 \times 40) : 2 = 600$ ($m^2$)

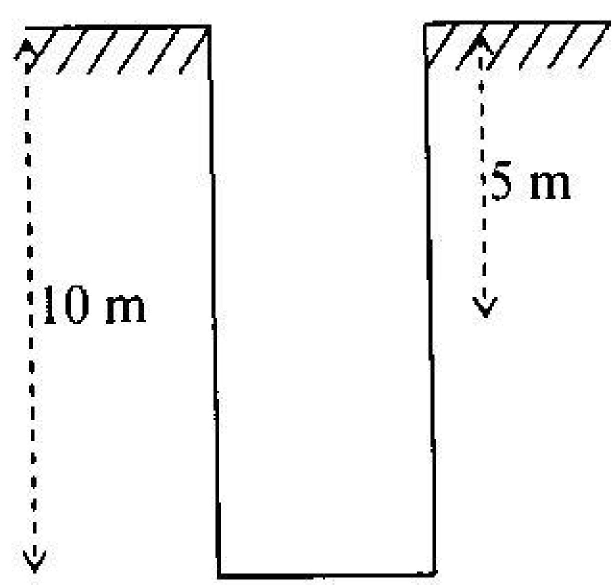
b) Phần đất còn lại có diện tích là : $600 - 240 = 360$ ($m^2$)

Giá trị thửa đất sau khi mở đường tăng lên 300 % hay tăng lên 3 lần so với trước đó. Do vậy với số tiền tương ứng với giá trị của thửa đất sau khi mở đường sẽ mua được mảnh đất có diện tích gấp 3 lần diện tích còn lại sau khi mở đường nếu ở thời điểm trước đó. Diện tích đó sẽ là : $600 \times 3 = 1080$ $m^2$

Như vậy bác Bảy đã được lợi hơn về giá trị của mảnh đất sau khi bị cắt đất làm đường và đã có lợi hơn so với thời điểm trước đó là :

$$1\,080 : 600 \times 100\% = 180\%.$$

*Bài toán 3 :* Một con sên bò từ đáy một hố sâu 10 m lên miệng hố. Ban đêm sên bò lên được 5 m thì ban ngày nó lại tụt xuống 4 m. Hỏi sên bò lên đến miệng hố mất bao lâu ?




*Lời giải :*

Nếu hết ngày cuối cùng sên còn bò cách miệng hố 5 m thì hết đêm cuối cùng sên vừa bò lên miệng hố.

Để hết ngày cuối cùng sên còn cách miệng hố 5 m thì những đêm ngày trước đó sên phải bò được quãng đường là : $10 - 5 = 5$ (m)

Sau mỗi đêm ngày sên bò lên được một đoạn đường là : $5 - 4 = 1$ (m)

Thời gian sên bò đến hết ngày cuối cùng là : $5 : 1 = 5$ (đêm ngày)

Số đêm sên bò lên đến miệng hố là : $5 + 1 = 6$ (đêm)

Vậy sên bò từ đáy lên miệng hố mất 6 đêm 5 ngày.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO


[1]. M.Alêxêep, V.Onhisuc, M.Crugliăc, V.Zabôtin, X.Vecxcle, *Phát triển tư duy học sinh*, Nxb Giáo dục, 1976.

[2]. Bộ giáo dục và Đào tạo, *Chương trình Tiểu học,* Nxb Giáo dục, 2002.

[3]. Dự án phát triển giáo viên Tiểu học, *Đổi mới phương pháp dạy học Toán ở Tiểu học*, Nxb Giáo dục, 2005.

[4]. *Giáo trình Triết học Mác – Lênin*, Nxb Chính trị Quốc gia, 1999

[5]. Hồng Long, *Lôgic biện chứng*, Nxb Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1983.

[6]. Molôtsi, *Một số vấn đề triết học về cơ sở của toán học,* Nxb Giáo dục, 1979.

[7]. Đỗ Đình Hoan (CB), *Sách giáo khoa Toán 1*, Nxb Giáo dục, 2008.

[8]. Đỗ Đình Hoan (CB), *Sách giáo khoa Toán 2,* Nxb Giáo dục, 2008.

[9]. Đỗ Đình Hoan (CB), *Sách giáo khoa Toán 3,* Nxb Giáo dục, 2008.

[10]. Đỗ Đình Hoan (CB), *Sách giáo khoa Toán 4,* Nxb Giáo dục, 2008.

[11]. Đỗ Đình Hoan (CB), *Sách giáo khoa Toán 5*, Nxb Giáo dục, 2008.

[12]. Đỗ Đình Hoan, *Một số vấn đề cơ bản của chương trình Tiểu học mới,* Nxb Giáo dục, 2002.

[13]. Phạm Văn Hoàn, Trần Thúc Trình, Nguyễn Gia Cốc, *Giáo dục học môn Toán*, Nxb Giáo dục, 1981.

[14]. Nguyễn Như Hải, *Triết học trong khoa học tự nhiên*, Nxb Giáo dục Việt Nam, 2009.

[15]. Nguyễn Thanh Hưng, *Đại lượng và đo đại lượng*, Nxb Giáo dục, 2007.

[16]. Nguyễn Thanh Hưng, *Phương pháp dạy học môn Toán ở Tiểu học,* Nxb Giáo dục, 2008.

[17]. Nguyễn Thanh Hưng, *Phương pháp dạy Toán tính tuổi ở Tiểu học,* Nxb Giáo dục Việt Nam, 2009.

[18]. Nguyễn Thanh Hưng, *Những sai lầm thường gặp khi giải toán ở Tiểu học,* Nxb Giáo dục Việt Nam, 2010.

[19]. Nguyễn Thanh Hưng, *Rèn luyện và phát triển tư duy biện chứng khi dạy học môn Hình học ở trường Trung học phổ thông*, Nxb Giáo dục Việt Nam, 2010.

[20]. Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy, Phạm Văn Kiều, *Phát triển lí luận dạy học môn Toán*, Nxb Giáo dục, 1997.

[21]. Nguyễn Bá Kim, *Học tập trong hoạt động và bằng hoạt động,* Nxb Giáo dục, 1999.

[22]. Ngô Thúc Lanh, Đoàn Quỳnh, Nguyễn Đình Trí, *Từ điển toán học thông dụng*, Nxb Giáo dục, 2000.

# MỤC LỤC


**Chương 1** Trang

**NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG**

§1. Môn Toán ở cấp Tiểu học 4

§2. Một số tình huống điển hình khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học 9

§3. Vận dụng phép biện chứng duy vật khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học 19

**Chương 2**

**CÁC LOẠI HÌNH TƯ DUY TOÁN HỌC**

§1. Tư duy và hoạt động khi dạy học môn Toán ở cấp Tiểu học 31

§2. Các loại hình tư duy toán học 37

**Chương 3**

**RÈN LUYỆN TƯ DUY CHO HỌC SINH KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC**

§1. Rèn luyện tư duy lôgic 46

§2. Rèn luyện tư duy sáng tạo 61

§3. Rèn luyện tư duy độc lập 73

§4. Rèn luyện tư duy thuật giải 97

§5. Rèn luyện tư duy hàm 134

§6. Rèn luyện tư duy biện chứng 142

**TÀI LIỆU THAM KHẢO** 170

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*
Chủ tịch Hội đồng thành viên kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Tổng biên tập kiêm Phó Tổng Giám đốc NGUYỄN QUÝ THAO

*Tổ chức bản thảo và chịu trách nhiệm nội dung :*
Phó Tổng biên tập NGÔ ÁNH TUYẾT
Giám đốc Công ty Cổ phần Sách dân tộc HÀ THỊ HẢI YẾN

*Biên tập nội dung và sửa bản in:*
NGUYỄN ANH QUÂN

*Trình bày bìa :*
THANH HUYỀN

*Chế bản :*
CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH DÂN TỘC



---

RÈN LUYỆN TƯ DUY KHI DẠY HỌC MÔN TOÁN Ở CẤP TIỂU HỌC

**Mã số : 7G111T1-CDT**

Số ĐKKH xuất bản : 697 - 2011/CXB/13- 959/GD

In 530 bản, (QĐ: 40), khổ : 17 x 24cm, Tại : Trung tâm NC & SX Học Liệu

Địa chỉ : 136 Xuân Thuỷ - Quận Cầu Giấy - Hà Nội

In xong và nộp lưu chiểu tháng 08 năm 2011.

CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH DÂN TỘC - NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM
Địa chỉ : 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.
Website : http://www.sachdantoc.com.vn



**Giáo viên và học sinh có thể mua sách tại :**

• **TP. Hà Nội :**

Công ty Cổ phần Sách dân tộc - Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam, tầng 2, 25 Hàn Thuyên, Hà Nội.
Điện thoại : 04. 6663 7332 - 04. 3972 5583 ; Fax : 04. 3824 6923

**hoặc tại các Tổng đại lí của Công ty :**

• **TP. Đà Nẵng :**

Công ty Cổ phần Sách giáo dục tại TP. Đà Nẵng, 78 đường Pasteur, quận Hải Châu.
Điện thoại : 0511. 3889 326 - 0511. 3886 497 ; Fax : 0511. 3887 793

• **TP. Hồ Chí Minh :**

Công ty Cổ phần Sách giáo dục tại TP. Hồ Chí Minh, 240 Trần Bình Trọng, quận 5.
Điện thoại : 08. 3832 3557 ; Fax : 08. 3832 7141.

**hoặc các công ty Sách - Thiết bị trường học tại các địa phương.**

8 934994 089760

**Giá: 62.900đ**